عمادة الدراسات العليا
جامعة القدس

أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها

رتيبه يحيى سلامه ابورميله

رسالة ماجستير

القدس – فلسطين

1434هـ / 2013 م

أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها

إعداد:

رتيبه يحيى سلامه ابورميله

بكالوريوس أساليب تدريس الرياضيات من جامعة القدس المفتوحة (فلسطين)

المشرف: الدكتور محسن محمود عدس

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات درجة الماجستير في أساليب التدريس من برنامج أساليب التدريس كلية العلوم التربوية

1434هـ / 2013 م

جامعة القدس
عمادة الدراسات العليا
برنامج اساليب تدريس / كلية العلوم التربوية

إجازة الرسالة

أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها

اسم الطالبة: رتيبه يحيى سلامه ابورميله
الرقم الجامعي: 21110424

المشرف: الدكتور محسن محمود عدس

نوقشت هذه الرسالة وأجيزت بتاريخ: 01 / 06 / 2013 من أعضاء لجنة المناقشة المدرجة أسماؤهم وتواقيعهم:

1- رئيس لجنة المناقشة: الدكتور محسن محمود عدس التوقيع:
2- ممتحناً داخلياً: الدكتور إبراهيم صليبي التوقيع:
3- ممتحناً خارجياً: الدكتور معين حسن عبد الرحمن جبر التوقيع:

القدس – فلسطين

1434هـ / 2013 م

الاهداء

إلى من أفنى حياته في علمه ونضاله
إلى الذي علمني أنه في البدء كانت كلمة: اقرأ
إلى والدي الدكتور يحيى سلامة ابورميلة

إلى من أفنت زهرة شبابها لترى أولادها يكملون مسيرة والدهم، فكانت التضحية وكان السهر وكان السهر وكان الانتظار وستقطف الثمر بعون الله
إلى والدتي

إلى الذكرى الرائعة في حضورها والجميلة في سمائها
روح جدتي وجدي الطاهرة طيب الله ثراههما

إلى من تحلَو بالإخاء، وتميزوا بالوفاء والعطاء
أخوتي وأختي العزيزة وأصدقائي الأعزاء

إلى صاحبة الصرح العلمي الكبير
جامعة القدس

إلى وطني الغالي الجريح
إليك فلسطين

أهديكم جميعاً هذا العمل المتواضع

الباحثة
رتيبه يحيى ابورميله

إقرار:

أقر أنا معدة الرسالة بأنها قدمت لجامعة القدس، لنيل درجة الماجستير، وأنها نتيجة أبحاثي الخاصة، باستثناء ما تم الإشارة له حيثما ورد، وأن هذه الدراسة، أو أي جزء منها، لم يقدم لنيل أية درجة عليا لأي جامعة أو معهد أخر.

التوقيع:

رتيبه يحيى ابورميله

التاريخ: 01 / 06 / 2013 م

الشكر والعرفان

الحمد لله أولاً وآخراً على نعمائئه؛ لما غمرني به من فضل وتوفيق لإنجاز هذا العمل المتواضع، والصلاة والسلام على سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم سيد المرسلين وعلى من سار على دربهم إلى يوم الدين، أما بعد:

حُقَّ علي، وقد بلغت هذه الدراسة نهايتها، أن أتقدم بوافر الشكر وعظيم الامتنان إلى الذي شرفني بالموافقة على الإشراف على هذه الرسالة، أستاذي ومشرفي الفاضل الدكتور محسن عدس، الذي أتوجه إليه بكل معاني الاحترام والتقدير، لفضله الكبير في غرس بذور هذه الرسالة، ودعمه المتواصل لتنميتها، فكانت ثمرة توجيهاته القيمة، ومتابعته وتعاونه، فقد كان لإرشاداته القيمة وحرصه وجديته وثقته، الأثر الكبير في تنظيم هذا العمل وإتمامه، كما أتوجه له بجزيل الشكر على سعة صدره، ووقته وجهده، الذي لم يبخل يوماً عليّ فيهما، بارك الله في جهوده وسدد خطاه للعلم والخير دوماً.

كما وأقدم خالص شكري وتقديري لأساتذتي في برنامج أساليب التدريس في جامعة القدس؛ لما قدموه لي من دعم وعون على مدار السنتين الماضيتين، ولكل من الاساتذه الأفاضل الذين تفضلوا عليّ بمناقشة هذه الرسالة وإثرائها، كما وأسدي بالغ شكري وتقديري لأعضاء لجنة تحكيم أدوات الدراسة، من أساتذة جامهات ومشرفين ومعلمين لما قدموه من نصائح وملاحظات قيمة.

ولا يفوتني أن أقدم شكري إلى مديرية التربية والتعليم في القدس ممثلة بطاقمها، وأخص بالذكر مدرستي دار الأيتام الاسلامية والنهضة الإسلامية، والأستاذ الفاضل محمد أبو خيران، لما قدموه من عون في تطبيق الدراسة.

كما وأتوجه بالشكر والتقدير لكل من ساهم في إتمام هذا العمل.

الباحثة

رتيبه ابورميله

ملخص:

هدفت هذه الدراسة إلى استقصاء أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، ولتحقيق هدف الدراسة صممت الباحثة مادة تعليمية وفق المنحى التاريخي، وكذلك صممت أداة لقياس فهم المفاهيم الرياضية وأخرى لقياس اتجاهات الطلبة نحو الرياضيات، وتم التحقق من صدقها وثباتها بالطرق المناسبة، وقد طبقت الدراسة على عينة من طلبة الصف التاسع الأساسي في القدس، تكونت من (79) طالباً وطالبة في العام الدراسي 2012 / 2013 م.

وقد أظهرت الدراسة النتائج التالية:

وجود فروق دالة إحصائياً في فهم المفاهيم الرياضية تعزى إلى المجموعة، ولصالح المجموعة التجريبية، ووجود فروق تعزى إلى الجنس لصالح الإناث، ووجود فروق تعزى إلى مستوى التحصيل لصالح التحصيل المرتفع على (متوسط ومنخفض) ولصالح متوسط على منخفض، كما وأظهرت الدراسة وجود فروق في متوسطات اتجاهات الطلبة تعزى للمجموعة ولصالح التجريبية، ووجود فروق تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس لصالح الإناث في التجريبية، ووجود فروق تعزى للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل لصالح ذوي التحصيل المنخفض في المجموعة التجريبية، وبناء على ذلك أوصت الباحثة بضرورة توظيف المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، وتصميم مناهج الرياضيات، وعقد دورات تدريبية للمعلمين ومشرفين الرياضيات لكيفية استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات.

The Effect of the Historical Approach to Mathematics Teaching on Student Understanding of Mathematical Concepts and their Attitudes towards Mathematics at Ninth-Grade Students

Prepared by: Ratibeh Yahia Abu-Rmeileh.

Supervisor: Dr. Mohsen Adas.

Abstract:

This study aims to investigate the effect of the historical approach on teaching mathematics on students understanding of mathematical concepts and their attitudes toward mathematics. To achieve the study objectives the researcher design a learning material built on historical approach, in addition to understanding mathematical concepts test and attitude questionnaire. To which validity and reliability conduces, and there applied to a sample of (79) male and female of ninth grade students in Jerusalem district in academic year 2012 / 2013.

The results of the study were:

There were a statistical significant differences in the understanding of mathematical concepts due to group, for the experimental group, and there are differences due to sex in favor of females, and there are a significant differences due to the level of achievement for the high achievement on the (medium and low) and in favor of the medium achievement on the low achievement, and the study showed a statistical significant differences in students' attitudes towards mathematics due to the group for the experimental group, and there are statistical differences due to the interaction between group and sex in favor of females in the experimental group, and the study showed a statistical differences due to the interaction between the group and the level of a achievement for the low level in the experimental group. In light of this result, it was recommended to apply the historical approach in teaching mathematics and mathematics curriculum design.

الفصل الأول

مشكلة الدراسة وأهميتها

1.1 المقدمة

2.1 مشكلة الدراسة

3.1 أهداف الدراسة

4.1 أسئلة الدراسة

5.1 فرضيات الدراسة

6.1 أهمية الدراسة

7.1 حدود الدراسة

8.1 مصطلحات الدراسة

الفصل الأول

مشكلة الدراسة وأهميتها

1.1 المقدمة

الرياضيات مادة لا يوجد لها مثيل لأنها ملكة العلوم، والعمود الفقري للتطور والتقدم في أي مجتمع، فهي اللغة الموحدة بين دول العالم، فالرياضيات الموجودة في الوطن العربي هي الموجودة في الدول الأخرى، لذلك أصبحت في عالمنا اليوم أكثر أهمية وضرورة لحياتنا المعاصرة عما كانت عليه في الماضي، حيث أصبح لها استخداماتها العديدة في مجال الحياة اليومية فهي تدخل في تفاصيل حياتنا اليومية، كأن نتعرف إلى الوقت وبقية نقودنا بعد شراء شيء ما، كما أن للرياضيات دوراً مهماً في العلوم الأخرى، فهي تساعد العلماء على تصميم تجاربهم، وتحليل بياناتهم، فاستخدامها يساعدهم في الوصول إلى نتائج تجاربهم بطريقة علمية موضوعية بعيداً عن أي تحيز، لأنهم بذلك يتعاملوا مع الأرقام بعيداً عن تدخل اتجاهاتهم أو رغباتهم نحو النتيجة التي يريدون الوصول إليها.

وأشار أبو زينة (2005) إلى أن الرياضيات كانت في البدء أداة لعلماء الطبيعيات، واستمر الحال حتى منتصف القرن الماضي، أما اليوم فإننا نراها تغزو جميع فروع العلوم الطبيعية: الأحياء، والكيمياء، وعلوم الأرض، وفي أي علم آخر يمكن تسميته لا بد أن تعد من مقوماته الأساسية. وتلعب الرياضيات اليوم دوراً هاماً في نظرية الاحتمالات، وفي العلوم

الإلكترونية والآلات الحاسبة، والاقتصاد بنظرياته يتحول تدريجياً إلى علوم رياضية، فالصناعة والتجارة تعتمدان على اتخاذ القرارات، وهذه بدورها مرتبطة بالإحصاء والاحتمال ارتباطاً وثيقاً، وهكذا هو الحال بالنسبة للطب والصيدلة، بالإضافة الى العلوم الاجتماعية والإنسانية.

انطلاقاً من أهمية الرياضيات ودورها المهم في الحياة اليومية أصبحت من أهم المواد الدراسية التي تعطى للطالب في جميع المراحل الدراسية، كما تم وضع الرياضيات وتعليمها في كفة الميزان نفسها مع القراءة والكتابة، ومنها فإننا نرى الأُمي ليس فقط من لا يعرف القراءة والكتابة وإنما الذي لا يعرف كيف يقوم بإجراء العمليات الحسابية من: جمع، وطرح، وضرب، وقسمة، وغيرها من العمليات التي لها علاقة بعلم الرياضيات، لذلك يهدف تدريسها إلى إعداد الفرد القادر على مواجهة الحياة العملية، وعلى حل المشكلات التي تواجهه من خلال تزويد الفرد بالمعلومات والمهارات الأساسية في الرياضيات، وتنمية اتجاهات إيجابية لدى الأفراد نحو مادة الرياضيات.

وتستخدم الرياضيات للوصف والتفسير، والتنبؤ، وهي علم عالمي، لذا من الواجب علينا أن نبين للطلبة أن الرياضيات موجودة في جميع أنحاء العالم، بالرغم من أن لكل بلد منهجاً مختلفاً، فهناك العديد من المواضيع التي يتم تدريسها في مختلف أنحاء العالم، ومن هذه المواضيع: نظام الأعداد، والقيمة المكانية، والحساب، والجبر، والهندسة، والإحصاء، وعلم المثلثات، والاحتمالات، والرسوم البيانية، والقياس (Portman& Richardson, 1997).

وتدريس الرياضيات ليس بالمهمة السهلة، وإنما هي شاقة ومثيرة وتحتاج إلى تحدٍ، ولقد ظهر العديد من المحاولات في كثير من دول العالم لتعديل وتطوير مناهج الرياضيات وطرائق تدريسها، والنشاطات الطلابية الهادفة إلى إيجاد متعلمين ذوي شخصيات متزنة قادرة باستمرار على التعلم، وعلى مواجهة مشكلات العصر بشجاعة واقتدار (أبو سريس، 1998).

إن تدريس الرياضيات من المهن الصعبة وذلك لما تتصف به هذه المادة من تسلسل منطقي وتجريد في المفاهيم والعلاقات، فلا توجد طريقة مثلى وموحدة للتدريس تنفع في كل

المناسبات ومع كل الدروس، فالطريقة تختلف باختلاف الظروف المحيطة في مستوى إدراكي ومعرفي للمتعلم وخبرة المعلم والامكانات المتاحة من وسائل تعليمية وغيرها (الشارف، 1996).

وفي هذا العصر شهدت التربية تطوراً كبيراً في كل المجالات، في أهدافها وأساليبها وبرامجها، نتيجة النمو المتسارع في عالم المعرفة، ووسائل التعلم والتعليم الحديثة، والتنافس الواضح بين هذه الوسائل، مما جعل الوسائل التقليدية غير قادرة على مواكبة هذا التطور، وبالتالي أفقدها المقدرة على المنافسة بشكل فاعل في التنمية (خليفات، 2011).

ولأن المعلم أحد الأقطاب الرئيسة في هيكل النظام التربوي التعليمي، فإن متطلبات مجتمع القرن الحادي والعشرين بحاجة إلى معلم قادر على استيعاب منجزات الثورة العلمية والتكنولوجية، ولديه المعرفة الواسعة بطرائق التدريس واستراتيجيات التعليم المتنوعة، وقدرته على استخدامها، والتي تساعده بلا شك في معرفة الظروف التدريسية المناسبة للتطبيق، بحيث تصبح عملية التعليم شائقة وممتعة ومناسبة لقدراتهم، ووثيقة الصلة بحياتهم اليومية، وإحتياجاتهم، وميولهم، ورغباتهم، وتطلعاتهم المستقبلية، فالمعلم الناجح هو الذي لا يلزم نفسه ولا يلزم طلبته بطريقة واحدة جامدة للتدريس، وإنما يختار المبادئ والإجراءات والاستراتيجيات من كافة نظريات التعلم ونماذج التعليم وينسق فيما بينها، ويستخدم ما يناسب منها للموقف المعين (الحيلة، 2003).

ويجب أن لا ننظر إلى التربية والتربية العلمية كأنها ثابتة، بل هي عملية مستمرة متطورة، تتأثر بالتغيرات الاجتماعية والاقتصادية والثقافية، فنحن بحاجة إلى تربية علمية تصنع مواطناً مستقلاً واعياً، ناقداً، مهتماً، ذا حساسية، مسؤولاً اجتماعياً، مبادراً، ذا خيال واسع، قادراً على مواجهة متطلبات القرن الحادي والعشرين وتحدياته المستقبلية الاقتصادية والاجتماعية والديموقراطية والثقافية والسياسية (زيتون، 2005).

لذلك شهدت التربية خلال العقدين الماضيين تحولاً رئيسياً في رؤيتها لعمليتي التعلم والتعليم، وقد كان فحوى ذلك هو التحول من التركيز على العوامل الخارجية التي تؤثر في تعلم المتعلم مثل: متغيرات المعلم (شخصيته، حماسه، تعزيزه...الخ) وبيئة التعلم، والمنهج، ومخرجات

التعلم، وغيرها من العوامل، إلى التركيز على العوامل الداخلية التي تؤثر في المتعلم وخاصة ما يجري داخل عقل المتعلم مثل: معرفته السابقة، سعته العقلية، الكيفية التي يعالج فيها المعلومات، دافعيته للتعلم، أنماط تفكيره، أسلوب تعلمه، وأسلوبه المعرفي. أي أنه تم الانتقال من "التعلم السطحي" إلى "التعلم ذي المعنى". وقد واكب هذا التحول ظهور ما يسمى بالنظرية البنائية (Constructivism) وإحلالها محل النظرية السلوكية (Behaviorism)، والنظرية المعرفية (Cognitivism)، لذلك فإن الإبستمولوجيا البنائية تستند على إفتراضين أساسين هما:

الافتراض الأول: يبنى الفرد الواعي أو المطلع المعرفة اعتماداً على خبرته، ولا يستقبلها بصورة سلبية من الآخرين أي أن الفرد بانٍ لمعرفته، وأن معرفته دالة على خبرته. والافتراض الثاني: يختص بوظيفة المعرفة وصحتها، فالبنائية تنظر إلى المعرفة على أنها وسيلية، فبناء المعرفة عملية بحث عن المواءمة بين المعرفة والواقع، وليست بعملية مقابلة بينهما، فالمعرفة يفترض أنها توائم الواقع كما يوائم المفتاح القفل، فالقفل الواحد يمكن فتحه بواسطة العديد من المفاتيح، الأمر الذي يعني أن كلاً منا يتعامل مع الواقع من خلال تنظيم داخلي لديه، ومن خلال خبرته ومعرفته (زيتون وزيتون، 2003).

ولكننا حتى الآن لا نزال نعاني من الكيفية التي يتم فيها طرح الموضوعات الرياضية، فالموضوعات الرياضية غالباً ما تُطرح بصورة جامدة، وبمضامين سطحية بعيدة إلى حد ما عن النشاط الإنساني التفاعلي، وتقدم ضمن حشد من النظريات والتعريفات والقوانين الصارمة، أي الخارجة عن أي سياق تاريخي أو ثقافي أو اجتماعي (جابر وكشك، 2007).

أصبح الاعتقاد بأن الطلبة قد تعلموا على كراهية الرياضيات وحتى الخوف منها، بسبب الطريقة التي تصل فيها الرياضيات إلى الطالب في الصف، لذلك يجب أن لا ننظر إلى الرياضيات على أنها تخصص معزول، بل يجب أن يتم تدريسها من خلال منظور تاريخي واكتشافي، الذي ربما يثير التعلم عند الطلبة، والذي يشجع الطلبة على رؤية ما وراء أدراجهم المدرسية الصغيرة، خارج ما يعلمهم المعلم، وخارج غرفهم المدرسية إلى منطقة يسودها المغامرة والمهمات التعليمية والغزو والفهم لـــ: لماذا أو من أو كيف ؟ فإن تدريس الرياضيات من خلال النظرات التاريخية يعيد نفس الحياة إلى دراسة ما هو قديم، حيث يمكن للمنحى التاريخي أن يغير

وجهة نظر الناس على أن الرياضيات وحتى تدريسه معزول عن غيره من خلال مساعدة معلمي المناهج الأخرى على رؤية الرياضيات بأنها ليست معزولة، ولكنها تمثل نبضات القلب نحو التقدم في كل مجتمع لأن أي تطور في المجتمع يرتبط بتطور التقدم الرياضي (Carter, 2006).

ومن أبرز الاتهامات التي يوجهها الطلبة إلى تعليم الرياضيات هو جمودها، وتعقيدها، وخطواتها الكثيرة، لذا فمن الضروري إضفاء نوع من التشويق على هذا الموضوع؛ لتنمية اتجاهات إيجابية نحوه، وبالتالي فإن سرد قصة تتناول جانباً معيناً من هذا التاريخ في السياق المناسب قد يكون مفيداً وممتعاً للطلبة الذين غالباً ما يستمتعون بالتعلم بأسلوب القصص، أو تصميم نشاط في سياق تاريخي ثقافي قد يكون خروجاً عن الروتينية في التعليم (جابر، 2005).

إن المصطلحات والموضوعات الرياضية الموجودة في كتب الرياضيات عادة ما تكون دون خلفية تاريخية، حيث أن الهدف من هذا التعليم هو الحصول على إجابات صحيحة في الامتحانات فقط، فإنه من المستحيل أن يتم تطوير التفكير الرياضي في هذا النوع من التعليم (Bayam, 2012).

إن تركيز اهتمام الطلبة في السياقات التاريخية للرياضيات يسهم في استيعاب التخيل لدى الطلبة، في الوقت الذي يتم فيه الكشف عن مفهوم معين تم تقديمه من قبل علماء الرياضيات القدماء للعالم الحاضر، كما يسهم في تطوير قدرة الطالب على التحليل الرياضي للموضوع من وجهة نظر حديثة وإدراك تطور المفاهيم الرياضية والخصائص المختلفة للمفاهيم على مر القرون، إن المحتوى التاريخي (السياق التاريخي) في التعلم النشط للرياضيات له أهمية لا تقدر بثمن، فهو وسيلة فعالة لتعلم المواضيع الرياضية الحديثة وتعليمها من خلال النصوص التاريخية كما يسهم في تطوير التفكير الإبداعي لدى الطلبة (Yevdokimov, 2004-a).

إن استخدام تاريخ الرياضيات في تعليم الرياضيات يساعد الطلبة في التعرف إلى العلاقة المتبادلة بين المفاهيم المختلفة التي يتم تقديمها، وبالتالي تطوير وجهة نظر أكثر تكاملية في هذا الحقل ككل، فإدخال أفكار جديدة في إطار ذي معنى يمكن أن يساعد الطلاب في معرفة قيمة هذه الأفكار وجدواها، بالإضافة إلى مساعدتهم للتعرف إلى العلاقات المتبادلة بين المفاهيم المختلفة،

كما يرى إرنيست (Ernest) أنه لا ينبغي أن تدرس الرياضيات كأنها جسد جامد من المعرفة المطلقة والصحيحة دون أن يكون فيها مساهمة من قبل الطلبة، لذلك فالطلبة بحاجة إلى رؤية كيف يمكن لهم لعب دور في تطور المعرفة الرياضية وقيمة الرياضيات في حياتهم، ولحدوث تعلم ذي معنى في المدارس فإن الطلبة بحاجة إلى رؤية الوجه الإنساني للرياضيات (Yee&Chapman, 2010).

وحتى يكون للرياضيات معنى، يجب أن تُعلم الرياضيات كموضوع مفتوح على المعارف والعلوم، دون أن تكون محصورة في عالم من الرموز والمجردات، لذا يجب تقديمها في سياقات حقيقية وواقعية وأصلية، بعيداً عن السياقات المجردة الشكلية، فالمجرد والشكلي لا يُعطي مجالات للتعلم، ولا يوفر فرصة كافية للتواصل الحقيقي، حيث لا يوفر فرصة للانفتاح الاجتماعي والنفسي والثقافي... ولكن الرياضيات الموجودة في السياقات الواقعية للمجتمع والبيئة، هي التي تعطي للمفهوم الحياة والمعنى، وتوفر للطالب فرصة بناء المعاني (جابر وكشك، 2007).

ونستطيع إدخال التنوع في الرياضيات ومنها الجبر دون أن نحتاج إلى وقت إضافي، من خلال التاريخ حيث نستطيع إدخال تاريخ الرياضيات والملاحظات التاريخية والمقالات القصيرة إلى الكتب المدرسية، لأنه يجب على الطلبة معرفة أن الناس من جميع الأجناس والأعراق والأديان والأمم شاركوا في تطور الرياضيات ومنها الجبر، فمن خلال تاريخ الرياضيات نستطيع عمل اتصال رياضي مع شتى الثقافات والناس في أماكن متعددة في المنهج (Lesser, 2000).

لذلك فإن تاريخ الرياضيات يظهر أنها ليست عملية خطية، وإنما استغرقت في تطورها، وواجهت الكثير من التقلبات والتحولات، فهو يظهر ارتباط الرياضيات بالتخصصات الأخرى وبالعالم الحقيقي، كما أنه يكشف حقيقة أن الرياضيات قد أستخدمت من قبل أشخاص من جميع الأعمار، ومن جميع مناحي الحياة، ومن جميع الثقافات (Goodwin, 2010).

إن استخدام المنحى متعدد الثقافات والذي يضم تاريخ الرياضيات يتفق مع أفكار النظرية البنائية (Constructivism)، فالبنائية تدعو إلى استخدام المعرفة السابقة للطلبة، والأمثلة التي لها علاقة بها، والتي يكون على دراية بها، فما هي أفضل العلاقات وأكثرها أُلفة والتي يمكن

إستخدامها عدا خلفية الطلبة الثقافية حيث سيقدر الطلاب الأمثلة والعلاقة بين الممارسات المدرسة بشكل أفضل (Frederick, 2004).

وبالتالي إذا كانت المشاكل أو الإجراءات أو الأفكار العلمية توفر إطاراً يوجه نحو الأنشطة التي محورها الطالب، فإن الطلاب يمكن أن يقوموا بدور باحثين تاريخين بأنفسهم، والمعلم يقدم التوجيه والدعم للطلبة، خاصة إذا لم يكن لدى الطلبة خبرة في أسلوب البحث في التعلم أو الاساليب التي يكون الطالب محورها بشكل عام (Henke et al.2009, unpublished).

خلال العقد الخامس من القرن العشرين واجهت الرياضيات تطوراً هائلاً في المعلومات الرياضية ونظريات التعلم والتعليم، بالإضافة إلى خيبة الأمل في تدني أداء الطلاب في برامج الرياضيات التقليدية، هذه الأسباب وغيرها أدت إلى ظهور ما يسمى بثورة الرياضيات الحديثة، أو يمكن استخدام مصطلح (الرياضيات المعاصرة) لأن رياضيات المرحلة الابتدائية في معظمها لم تتغير، لكن تغير التركيز من الاهتمام "بالمهارات الرياضية" إلى الاهتمام "بالبنى الرياضية" وتقديمها بثوب جديد من حيث طريقة العرض، فقد كانت برامج الرياضيات في ذلك الوقت تركز على إكساب الطلبة المهارات الرياضية، وعدم التركيز بالقدر الكافي على المفاهيم وتجاهل البنية الرياضية، كما كان المحتوى الرياضي الذي تم اختياره ضمن مناهج الرياضيات في مراحل التعليم العام، وحتى في التعليم العالي يركز على الجوانب التطبيقية للمفاهيم الرياضية، ويهمل بنية تلك المفاهيم الأساسية، أو المسلمات والمفاهيم الرياضية التي تخدم الرياضيات لذاتها وتكون أساساً في تطورها في المجالات النظرية والتطبيقية (المقوشي، 2001).

إن منهج الرياضيات عبارة عن جسم أو هيكل متكامل متناسق من المعرفة، يحتوي على الأساسيات الأربعة، وهي: "مهارات، ومفاهيم، وعلاقات، واستراتيجيات"، ومن بين هذه الأساسيات الأربعة تعتبر المفاهيم حجر الأساس واللبنات الأولى في هذا البناء المحكم (الشارف، 1996).

وتعد المفاهيم الرياضية أساس بناء الرياضيات لذلك فإن فهمها السليم يؤدي الى وضع الأسس السليمة للبناء الرياضي، ومن أجل إيجاد أساليب فعالة في تدريس المفاهيم الرياضية والتي تؤدي الى الفهم السليم لها والأمر الذي يسهم في تقدم كثير من الطلبة ويزيد من ثقتهم في قدرتهم على التحصيل الأكاديمي بشكل عام وفي مادة الرياضيات بشكل خاص.

لذلك فقد يكون الربط بين موضوع العلوم والمشكلات المتضمنة في العمل العلمي وتحقيق الفهم الأفضل للمفاهيم قد يتأتى باستخدام المنحى التاريخي في التدريس (عدس، 2004).

لذلك وتأكيداً على أهمية المنحى التاريخي في الرياضيات بعامة واستخدامه في تدريس الرياضيات بخاصة، ولأن المفاهيم الرياضية تمثل عنصراً أساسياً لتعلم الجوانب الأخرى من التعميمات الرياضية، بالإضافة إلى أن تعلمها يشكل القاعدة الأساسية لتعلم مستويات المعرفة الأخرى، وانطلاقاً من ندرة الدراسات التي بحثت في أثر استخدام المنحى التاريخي (تاريخ الرياضيات) في تدريس الرياضيات – في حدود معرفة الباحثة – تأتي هذه الدراسة كإسهام في الأدب التربوي الخاص لإستخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات.

ومن هذا المنطلق فقد عكفت هذه الدراسة على الاستفادة من المنحى التاريخي للرياضيات، واستخدامه بالتدريس، واستقصاء أثره في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحو مادة الرياضيات.

2.1 مشكلة الدراسة

خلال السنوات الماضية واجهت العملية التعليمية في الوطن العربي بشكل عام وفي فلسطين على وجه الخصوص العديد من المشكلات التعليمية ومنها مشكلة انخفاض التحصيل العلمي لدى الطلبة في المواد الدراسية عامة والرياضيات خاصة.

وتؤكد على ذلك الدراسات العالمية، ومنها دراسة الـــ TIMSS (Trend in International Mathematics and Science Study) أي التوجهات الدولية في دراسة الرياضيات والعلوم والتي تهدف إلى قياس مدى التقدم في تعليم وتعلم العلوم والرياضيات بالمقارنة مع الدول الأخرى، ففي دراسة الـــ TIMSS عام(2007) والتي شاركت فيها فلسطين من بين (46) دولة، جاء ترتيبها في المرتبة (43) بين الدول المشاركة جميعها، وفي المركز التاسع عربياً، وفي دراسة الـــ TIMSS عام(2011) والتي شاركت فيها فلسطين من بين (45) دولة، منها (11) دولة عربية، فقد جاء ترتيب طلبة فلسطين في المرتبة (36) عالمياً وفي المرتبة (7) عربياً (الرابطة الدولية لتقييم التحصيل التربوي، 2011).

إن التقدم الذي حققته فلسطين في الرياضيات بصورة خاصة بين دراستي 2007 و2011 يدل على أن فلسطين بدأت في مرحلة علاج المشكلات التعليمية التي تواجه طلابها في مادة الرياضيات، وبالرغم من ذلك لا بد لنا أن نسعى إلى إيجاد الأساليب والطرق الفعالة التي تسهم في زيادة فهم الطلاب للمفاهيم الرياضية، والابتعاد عن حفظ المفاهيم.

وفي محاولة تقريب مادة الرياضيات إلى الطلبة وجعلها مقبولة ومفهومة بالنسبة لهم، والجهود التي تسعى إلى أنسنة الرياضيات، فقد حاولت هذه الدراسة فتح أبواب الرياضيات على تاريخها ودمجه في تدريسها، وبناء جسر بين الماضي والحاضر الذي يساعد الطلبة في التعرف إلى ماهية الرياضيات والطرق التي سلكتها، لكي تصل لنا عما هي عليه، ومن هنا جاءت الدراسة الحالية لاستقصاء أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها.

3.1 أهداف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى استقصاء أثر إستخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، وبيان فيما إذا كان يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل.

4.1 أسئلة الدراسة

حاولت هذه الدراسة الإجابة عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: ما أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي؟ وهل يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم؟.

السؤال الثاني: ما أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في اتجاهات طلبة الصف التاسع الأساسي نحو الرياضيات؟ وهل يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم؟.

للإجابة عن هذه الاسئلة، فقد تم تحويلها إلى فرضيتين صفريتين لاختبارهما عند مستوى دلالة($0.05 \geq \alpha$)

5.1 فرضيات الدراسة

الفرضية الأولى: لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$) في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي، تعزى لطريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم.

الفرضية الثانية: لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$) في اتجاهات طلبة الصف التاسع الأساسي نحو الرياضيات، تعزى لطريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم.

6.1 أهمية الدراسة

تبرز أهمية هذه الدراسة في أنها:

- ركزت على المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات والذي يعد من إحدى الطرق الحديثة في مجال تعليم الرياضيات في فلسطين، حيث تعد هذه الدراسة هي الدراسة الأولى من نوعها – على حد علم الباحثة – التي تناولت المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فلسطين.
- تأتي أهمية هذه الدراسة من أهمية تدريس الرياضيات وتحقيق أهدافها، فهي ملكة العلوم التي غزت فروع المعرفة الاخرى كعلوم الاقتصاد والسياسية والاجتماع.
- تستمد هذه الدراسة أهميتها في سد الثغرة في البحوث التربوية الناتجة عن قلة البرامج الفاعلة في مجال تدريس الرياضيات، وقلة مصممي هذه البرامج، من خلال تصميم وحدة وفق المنحى التاريخي من مقرر الرياضيات، وبذلك يمكن أن تعمل هذه الدراسة على نشر فكرة التدريس باستخدام المنحى التاريخي في الرياضيات، ولفت انتباه المسؤولين عن التربية والتعليم إلى وضع البرامج التعليمية وتطبيقها في مختلف المراحل الدراسية.
- من المتوقع أن يكون لهذه الدراسة فائدة لكل من المعلم والطالب من خلال الأساليب المتنوعة لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، الأمر الذي قد يساهم في

تطوير طرائق المعلمين المستخدمه حالياً الذي ربما يؤدي في النهاية إلى إثارة الدوافع لدى الطلبة وارتفاع مستوى التحصيل لديهم.

- من المتوقع أن يستفيد من هذه الدراسة المشرفون التربويون لمادة الرياضيات، ومصممو المناهج الدراسية، في لفت نظرهم لمدى فاعلية المنحى التاريخي الذي استخدم في هذه الدراسة، وذلك وفق تضمين مبادئ هذا المنحى في تصميم المناهج والإشراف التربوي.

7.1 حدود الدراسة

حددت هذه الدراسة بمجموعة من الحدود، وهي:

الحدود الزمنية: أجريت هذه الدراسة في الفصل الثاني من العام الدراسي 2012 –2013 م.
الحدود المكانية: أجريت الدراسة في مدرستين من مدارس التربية التابعة إلى وزارة التربية والتعليم الفلسطينية في محافظة القدس وهي مدرستي دار الايتام الاسلامية للذكور ومدرسة النهضة الاسلامية للإناث.
الحدود البشرية: اقتصرت الدراسة على طلبة الصف التاسع الأساسي في مدارس محافظة القدس التابعة لوزارة التربية والتعليم الفلسطينية.
الحدود الإجرائية: حددت الدراسة بالمنهج والأدوات المستخدمه فيها ومدى صدقها وثباتها وكذلك المعالجات الإحصائية المستخدمة فيها.
الحدود المفاهيمية: اقتصرت الدراسة على وحدة (المعادلات التربيعية)، وحددت بالمصطلحات والمفاهيم الإجرائية الخاصة بها.

8.1 مصطلحات الدراسة

المنحى التاريخي:

هو المنحى الذي يتم من خلاله تقديم مادة تعليمية على صورة حالات تاريخية، يتم فيها عرض تطور الأفكار والمفاهيم العلمية، مع التركيز على المحطات المفصلية التي أدت إلى التفكير

السائد حول ذلك المفهوم، وتقديم التجارب التي قام بها العلماء حيث يكون ذلك ممكناً(عدس، 2004).

إجرائياً: هو المنحى الذي يتم من خلاله تقديم وحدة المعادلات التربيعية في منهج الرياضيات للصف التاسع الاساسي في قالب تاريخي، يتم فيه عرض التطور التاريخي للمفاهيم الرياضية الواردة في الوحدة، وتقديم فرصة للطلبة لحل المعادلات التربيعية باستخدام الطرق التاريخية التي كان علماء الرياضيات يستخدمونها قديماً.

المنحى التقليدي(الاعتيادي):

هو المنحى الشائع لدى معلمي الرياضيات في تقديم المادة العلمية وهي (وحدة المعادلات التربيعية) من خلال منهاج الرياضيات المقرر من دائرة المناهج الفلسطينية، وبالعادة تخلو هذه المادة العلمية من تقصي مراحل تطور المفاهيم الرياضية تاريخياً.

المفاهيم الرياضية:

المفهوم: فكرة عامة مجردة تمثل طبقة أو مجموعة موضوعات أو ظواهر، تحمل المواصفات نفسها أو تجمعها صفة أو صفات مشتركة، فهو كلمة تبين مجموعة من الموضوعات لها صفات مشتركة (زكريا وآخرون، 2008).

المفهوم الرياضي هو ذلك التجريد العقلي للصفات المشتركة بين فئة من الخبرات أو الظواهر أو الأحداث، أي أن المفهوم الرياضي لا يكتسب قيمته إلا من خلال التنظيم التجريدي الذي يدرس علاقاتها (السلطاني، 2002).

إجرائياً: المفاهيم الرياضية تشمل المفاهيم الواردة في وحدة المعادلات التربيعية، التي تم التوصل إليها بعد تحليل المحتوى للمعادلات التربيعية.

فهم المفاهيم:

مقدرة الطالب على التوظيف الواعي للمفاهيم في مواقف جديدة مختلفة عن تلك التي درسها فيها، وتقديمه تفسيرات عن فهمه للمفاهيم وكذلك للعلاقات والترابطات بين هذه المفاهيم، وبالتالي قدرة الطالب على تمثل المعرفة العلمية التي تعلمها والتصرف الواعي بها (عدس، 2004).

إجرائياً: أداء الطالب في اختبار فهم المفاهيم الرياضية الذي عد خصيصاً لهذه الدراسة، وقد اشتمل على أسئلة من نوع الاختيار من متعدد مع تفسير سبب الاختيار.

الاتجاه نحو الرياضيات:

عبارة عن نزعات تؤهل الطالب للاستجابة بأنماط سلوكية محددة نحو الرياضيات، وتؤلف فيما بينها نظاماً معقداً تتفاعل فيه مجموعة كبيرة من المتغيرات المتنوعة (الحيلة، 2003).

عبارة عن مجموعة من المكونات المعرفية والانفعالية والسلوكية التي تتصل باستجابة الطالب نحو قضية أو موضوع أو موقف، وكيفية تلك الاستجابات من حيث القبول أو الرفض(زيتون، 2005).

إجرائياً: مجموع استجابات الطلبة بالموافقة أو المعارضة على فقرات مقياس الاتجاه الذي تم تطويره خصيصاً لهذه الدراسة.

طلبة الصف التاسع الأساسي: طلبة المرحلة الأساسية الإلزامية في مرحلة التعليم الأساسي الفلسطيني، ويمثلون طلبة السنة التعليمية التاسعة، وتتراوح أعمار الطلبة في هذه المرحلة بين 14 – 15 عاماً.

مدارس التربية: المدارس التابعة لوزارة التربية والتعليم الفلسطينية في محافظة القدس.

الفصل الثاني

الإطار النظري والدراسات السابقة

1.2 الإطار النظري

2.2 الدراسات السابقة

الفصل الثانـي

الإطار النظري والدراسات السابقة

1.2 الإطار النظري

أصبحنا في القرن الحادي والعشرين، ولا زلنا نحاول جاهدين أن نغير النظرة التي كان ينظر بها إلى عملية التعليم والتعلم، فقد كان الاعتقاد السائد بأن المعلم هو محور العملية التعليمية، ففشل الطالب ونجاحه مسؤولية الطالب نفسه وليس للمعلم أي مسؤولية، فالطالب الذي يفشل هو الطالب الذي لم يُعِرِ المعلم الانتباه، فالمعلم في نظرهم معصوم عن الخطأ، وإن الطريقة والاسلوب الذي يستخدمه هو الأفضل، وليس للطالب أي دور أو مشاركة في العملية التعليمية التعلمية، وإنما ينحصر دوره في التلقي والاستقبال دون أي دور فعال، أما الآن فقد أصبح ينظر لعملية التعلم والتعليم من منظور البنائية فالطالب الآن هو محور العملية التعليمية التعلمية، وله دور فعال وإيجابي ومشارك وبانٍ لمعرفته، ويتحمل مسؤولية تعلمه مع دعم ومساندة المعلم له، كما أن مسؤلية المعلم أصبحت تتجلى باختيار طرق التدريس المتنوعة والفعالة التي تجعل الطالب مشاركاً وإيحابياً.

ويرى بورتمان وريتشاردسن (Portman& Richardson, 1997) أن الرياضيات وسيلة لتنظيم خبراتنا في العالم، تثري فهمنا، وتمكننا من التواصل، وتجعل تجربتنا ذات معنى، وتتيح لنا الاستمتاع، وعن طريق ممارسة الرياضيات نستطيع أن نحل مجموعة من المسائل

العملية ومشاكل الحياة الواقعية، ففي الرياضيات نستخدم لغتنا العادية ولغة خاصة للرياضيات، لذلك نحن بحاجة إلى تعليم طلابنا تعلم استخدام اللغتين، كما ويمكننا أن نعمل على مشاكل داخل الرياضيات ويمكننا العمل على مشاكل نستخدم فيها الرياضيات كأداة، مثل المشاكل في العلوم والجغرافيا.

وفي الرياضيات كثيراً ما نجد المعلمين يعتبرون همهم الأول والأخير نقل ما في الكتب من معرفة إلى أذهان الطلبة، والتأكد من حفظهم لمحتوى هذه الكتب من أجل النجاح في الامتحانات، وبالتالي يصبح الطالب الجيد من وجهة نظرهم هو القادر على حفظ الحقائق والقوانين وإجراء العمليات الرياضية، وهذا نابع من نظرتهم للرياضيات على أنها مجرد عمليات وقوانين وعلاقات، دون أن يدركوا أنها طريقة منطقية للبحث تقوم على التفكير والاستدلال، وأن العمليات هي أقل ما في الرياضيات أهمية؛ لأن الهدف العام والأساسي للمادة هو خلق الإنسان القادر على البحث والتفكير والاستقصاء والتصدي للمشكلات وحلها (جامعة القدس المفتوحة، 2007).

وفي هذا الفصل تستعرض الباحثة مراجعة للأدب التربوي والدراسات السابقة ذات العلاقة بمشكلة الدراسة، والتي تتمحور حول: أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، وقد قسمت الباحثة أبعاد الدراسة لثلاثة محاور:

المحور الأول: الرياضيات وتدريس الرياضيات.

المحور الثاني: المنحى التاريخي.

المحور الثالث: المفاهيم وتدريسها.

1.1.2. الرياضيات وتدريس الرياضيات:

ظهرت هذه الدراسة كمحاولة لتبنى المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، وهي بذلك تسير نحو اتجاه أنسنة الرياضيات، وتقديم الرياضيات في قالب إنساني اجتماعي من خلال تاريخ الرياضيات، وقبل أن نخوض في الحديث عن المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات فإننا يجب أن نتعرف إلى ماهية الرياضيات وأهداف تدريسها، وبما أن الدراسة الحالية تهدف الى استقصاء أثر إستخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، وقد خصصت هذه الدراسة في تصميم وحدة المعادلات التربيعية وفق المنحى التاريخي وبما أن المعادلات التربيعية تنتمي إلى فرع الجبر، وهو أحد فروع الرياضيات المدرسية تم إيراد ماهية علم الجبر، وأهداف تدريس الجب،ر ومبادئ عامة في تدريسه، وقد جاء هذا المحور من الدراسة لتغطية هذا الموضوع.

ماهية الرياضيات:

يرى المقوشي (2001) أن الرياضيات ولدت نتيجة حاجة المجتمعات الإنسانية لها في الرعي، والزراعة، والصيد، وغيرها من المهن التي مارسها الانسان فيما مضى، ولا زال يمارسها حتى الآن، وقد زادت أهمية الرياضيات في وقتنا المعاصر في المجتمعات المتمدنة بالذات، بسبب تعقد أساليب الحياة والنمو الهائل في مجالات علمية متعددة كالاتصالات والتقنية والفضاء.

إن الرياضيات علم تجريدي من خلق العقل البشري وإبداعه، وتهتم من ضمن ما تهتم به تسلسل الأفكار والطرائق وأنماط التفكير، كما يمكن النظر للرياضيات على أنها طريقة ونمط في التفكير، ولغة تستخدم رموز محددة ومعرّفة بدقة، ومعرفة منظمة في بنية لها أصولها وتنظيمها وتسلسلها، وتعنى بدراسة التسلسل والتتابع في الأفكار وما تتضمنه من الأعداد والأشكال والرموز، بالإضافة إلى النظر إليها على أنها فن يتمتع بجمال في تناسقها وترتيب وتسلسل أفكاره (عقيلان، 2000).

وقد اعتاد الكثيرون من الناس اعتبار مفهوم الرياضيات معادلاً لمفهوم الحساب بما فيه من عمليات ومهارات على الأعداد الحقيقية، وفي هذا يقول أبو زينة (2005): إن الرياضيات أكثر من علم الحساب الذي يعالج الأعداد، والأرقام، والحسابات، وهي تزيد عن الجبر لغة الرموز والعلاقات، وهي أكثر من علم الهندسة الذي يشمل دراسة الأشكال والأحجام والفضاء.

كما يقول إبراهيم (1997): الفروع الرياضية بالنسبة للكميات العددية هي الحساب، وبالنسبة للكميات الفراغية هي الهندسة، أما علم الجبر فهو يعتبر تعميماً للحساب، وكذلك تعتبر نظرية الأعداد التي تبحث في خصائص الأعداد الصحيحة فقط تعميماً له، ويستخدم الجبر في الهندسة التحليلية كأداة لتطوير النظريات الهندسية عند استعمال مجموعات إحداثية. والطريقة التحليلية لا غنى عنها في دراسة حساب التفاضل والتكامل وتعتبر أساسية في جميع التطبيقات الرياضية تقريباً.

ليس من السهل أبداً إعطاء تعريف شامل ومعبر للرياضيات، لأن الرياضيات موضوع ما زال ينمو ويتطور، ومحاولة وصفه في جملتين أو ثلاثة قد تعني أن أبعاد الموضوع قد عرفت تماماً، بالإضافة إلى أن التعريفات التي أعطيت للرياضيات بناء على المعرفة والنشاطات الرياضية التي تراكمت على مر العصور لا تتفق فيما بينها على تحديد الجوانب الهامة للموضوع، فبعض هذه التعريفات يعتبر الرياضات مجموعة طرق منطقية قياسية تستعمل للتوصل إلى حقائق رياضية أو الى براهين، ويصفها بأنها علم قياسي وبعضها يبرز المادة التي تتعامل بها الرياضيات، أي مجموعة المفاهيم والحقائق المكتشفة والمبرهنة من قبل الرياضيين. كما ان بعضها يعتبر الرياضيات لغة عالمية تستخدم رموزاً خاصة للتعبير عن الحقائق والعلاقات بأسلوب موجز ودقيق، وبعضها يعتبر الرياضيات عملاً إبداعياً فنياً مشابهاً لأشكال الفن الأخرى، ولكنها إبداع عقلي منفصل عن خبرات الإنسان، وأخيراً وليس آخراً تعتبر بعض التعريفات الرياضيات أداة هامة وفعالة تستخدم لخدمة الكثير من جوانب حياتنا اليومية (جامعة القدس المفتوحة، 2007).

ماهية علم الجبر:

العرب هم أول من استعملوا كلمة الجبر للدلالة على العلم المعروف الآن بهذ الاسم، وعنهم أخذ الغرب الكلمة فسموا علم الجبر عندهم باسم(Algebra)، واسم علم الجبر في جميع لغات العالم مشتق من الكلمة العربية الجبر، وهي التي استخدمها الخوارزمي اسماً على كتابة الجبر والمقابلة، ولقد كان ينظر إلى علم الجبر على أنه تعميم لعلم الحساب أو على أنه العلم الذي يبحث في موضوع العلاقات بين المتغيرات واستخلاص القوانين والأحكام، التي تنقاد لها المتغيرات أو على أنه مجرد لغة تستخدم لوصف الأشياء من جهة الكم، أما الآن فينظر إلى الجبر على أنه حجر الزاوية في الرياضيات المعاصرة، كما أن الجبر لم يعد فقط له علاقة بنظرية المعادلات، فالجبر يبحث في التراكيب المجردة والمحسوسة بواسطة أسلوب المسلمات والطريقة البديهية (خليفة، 1999).

الفرق بين الرياضيات كعلم والرياضيات كمادة دراسية:

حدد إبراهيم (1997) الفرق بين الرياضيات كعلم، والرياضيات كمادة دراسية، ويتمثل هذا الفرق بالآتي:

- الرياضيات كعلم قد تطورت خلال فترات زمنية طويلة نتيجة الأبحاث والاكتشافات حتى أخذت شكلها الحالي، والرياضيات كمادة دراسية تحمل في جوهرها المفاهيم الأساسية للرياضيات كعلم، ولكن تم تبسيطها حتى تلائم القدرات العقلية للتلاميذ وخلفيتهم الرياضية في الأعمار المختلفة.
- الرياضيات كعلم بناء استدلالي، ولكن عندما تدرس كمادة دراسية ليس من المهم أن يشتق التلميذ معلومات رياضية جديدة بقدر أهمية قدرة التلميذ على إجراء عمليات استدلالية، بسيطة يتمكن من خلالها اشتقاق بعض النتائج من معلومات رياضية معطاة له.
- كما أن المسلمات في علم الرياضيات لها طبيعة تجريدية، ولكن هذه المسلمات في الرياضيات كمادة دراسية يجب أن تكون واضحة ومفهومة للتلاميذ، ومقرونة بأمثلة

ملموسة في البداية قبل التقدم إلى المستوى المجرد، عن طريق الأمثلة ثم الهبوط من المجرد إلى الملموس ثانياً، عن طريق التطبيقات على مشكلات ومواقف الحياة العملية.

- الرياضيات كمادة دراسية يجب أن تبنى في ترتيب هرمي، بحيث يعتبر كل موضوع كمتطلب سابق قبل دراسة الموضوع التالي، وداخل إطار كل موضوع يجب أن تنظم المفاهيم والمهارات تنظيماً هرمياً، بحيث تبدأ بالمفاهيم الأولى والمهارات البسيطة، ثم تليها المفاهيم الثانوية والمهارات المركبة، فهذا التنظيم الهرمي يساعد التلميذ على تعليم الرياضيات.

البنية الرياضية:

تعرف الرياضيات على أنها دراسة البنى، والعلاقات فيما بين هذه البنى، والبنية في الرياضيات عبارة عن مجموعة من العناصر، ولهذه المجموعة يتم وضع مجموعة من القواعد والعلاقات، والعلاقات تحدد طرق العمل. إن فهم البنية الرياضية يمكننا من دراسة الأنظمة الرياضية ذات العمليات، فالزمرة نظام رياضي، والحقل نظام رياضي، فالنظام الرياضي يتضمن مجموعة من العناصر عرفت عليها عملية واحدة "كالزمرة مثلا" أو أكثر "كالحقل مثلا"، مفتاح فهم بنية الرياضيات يتضمن وصف الرياضيات على أنها دراسة أنظمة رياضية تتضمن بعض العناصر المجردة التي تربطها علاقة مجردة، والبنية الرياضية هي بنية افتراضية مبنية على المسلمات(Axiomatic) ومن أمثلتها بنية إقليدس في الهندسة وتبدأ البنية الافتراضية بتعابير ومصطلحات تقبل دون تعريف منها (النقطة والخط المستقيم والفضاء)، ويربط بين هذه التعابير أو المصطلحات غير المعرفة جمل رياضية تسمى فرضيات أو مسلمات، وحتى تستطيع هذه الفرضيات أو المسلمات تأدية دورها في لحم البنية الرياضية يجب أن تتوفر فيها الخصائص التالية:

- خاصة التوافق: وتعني عدم التناقض بين المسلمات نفسها أو بين النظريات المشتقة منها.
- الاستقلال: تعني أن تكون كل مسلمة من المسلمات أو فرضية من الفرضيات مستقلة عن غيرها إذا لم تكن هذه المسلمة أو الفرضية نتيجة يمكن التوصل إليها أو برهنتها من المسلمات أو الفرضيات الأخرى.

- الاكتمال: وتعني أن مجموعة المسلمات كافية للبرهنة على أية فرضية أو نظرية تربط بين المصطلحات والتعابير (العناصر الأولية) في البنية الرياضية.
- التصنيف: تعنى أن النماذج المختلفة لنفس البنية الافتراضية متماثلة ففي الزمرة مثلا تصح كل النظريات الصائبة في كل نموذج. (عقيلان، 2000)

تدريس البنى الرياضية:

إن من أهداف التعلم الاساسية إعداد الفرد إعداداً جيداً للتغلب على المشكلات التي تعترضه في حياته المستقبلية، وتزويده بالمهارات والمعلومات التي تفيده في حياته، بالإضافة إلى تعويده على التفكير المنظم والسليم، ومن وجهة نظر العالم التربوي برونر (Bruner) يتم هذا بطريقتين:

الطريقة الأولى: من خلال تطبيق هذه المعلومات في حالات أو مواقف شبيهة بتلك التي تم من خلالها التعلم.

الطريقة الثانية: وهي انتقال المبادئ والاتجاهات، ويتم فيها تعلم الأفكار العامة التي تكون أساساً لفهم بعض المسائل على أنها حالات خاصة، واستمرارية التعلم الناتجة عن هذا النوع من الانتقال يعتمد على مدى تصور وفهم البنية الاساسية للموضوع، حيث يتيح فهم بنية الموضوع إلى تعلم ذي معنى.

يرى برونر(Bruner) أن منهاج أي موضوع من الموضوعات يجب أن يحدد بأساسياته التي تعكس الهيكل الأساسي لذلك الموضوع، وحدد برونر(Bruner) أربعة أسباب تؤكد ضرورة الاهتمام بالبنية الأساسية للموضوع، والتركيز عليها في المنهاج وهذه الأسباب هي:

1. فهم بنية الموضوع وأساسياته وسيلة ظاهرة لتحقيق أهداف انتقال المعرفة والتدريب إلى مواقف جديدة.
2. فهم أساسيات الموضوع وبنيته تجعل ذلك الموضوع قابلا للاستيعاب بشكل أفضل، كما أن التركيز على بنية الموضوع تجعل الفرد أكثر اهتماماً ورغبة في دراسة الموضوع،

وتكوين تصور عام عنه، وبالتالي فهو يزود المتعلم بدافعية ذاتية داخلية تجعله أكثر فهماً واستيعاباً.

3. اذا لم يكن هناك تركيز على بنية الموضوع فإن الموضوع يكون عرضة للنسيان بسرعة.
4. فهم بنية الموضوع ومبادئة وأفكاره الاساسية تضيق الفجوة بين المعرفة المتقدمة للموضوع والمعرفة البدائية له في المستقبل.(أبوزينة، 2005)

الرياضيات التقليدية والرياضيات المعاصرة:

يرى خليفة (1999) أن استخدام مصطلح الرياضيات التقليدية أو الرياضيات القديمة للدلالة على القدم أو عدم الرضا، كما استخدم مصطلح الرياضيات الحديثة أو الرياضيات المعاصرة للدلالة على الحداثة والمعاصرة أي التجديد والتحديث، فالرياضيات التقليدية هي ذلك العلم الذي يتخذ العدد والفراغ مجالا لبحثة ويتم دراسته من خلال فروعه، وهي: الحساب، والجبر، والهندسة والتحليل الذي يعتبر كلاً منها مجال بحث منفضل عن الآخر، له مفاهيمه وعملياته وحقائقه ونظرياته الخاصة به، وتنقسم إلى:

1. الحساب: علم يبحث في الأعداد وخواصها، وما يرتبط بها من علاقات وعمليات.
2. الجبر: يعد تجريدا وتعميما للحساب، ويبحث في خواص الأعداد بعد تجريدها في صور رمزية، وما يتصل بها من عمليات.
3. الهندسة: تبحث في الأشكال في المستوى والمجسمات في الفراغ وخواصها ومساحاتها أو حجومها، وما يتصل بها من مفاهيم ونظريات.
4. التحليل: يبحث في المفاهيم والاساليب التي تبنى على فكرة النهايات والمتسلسلات اللانهائية والتفاضل والتكامل، أي أن التحليل هو الدراسة الرياضية للعمليات اللانهائية.

أما الرياضيات المعاصرة فهي الرياضيات التي تدرس في عصرنا الحالي، وهي العلم الذي يدرس المجموعات والتراكيب الرياضية، ويعيد تنظيم فروع الرياضيات في تراكيب أكثر شمولاً، وتكشف عن العلاقات بين الفروع المختلفة وتوحدها حول مفاهيم معينة، مثل: المجموعة، والحلقة، والمجال، وغيرها، وتهتم الرياضيات المعاصرة بدراسة:

الرياضيات البحتة وتشمل :

الجبريات: جبر مجرد، جبر خطي، جبر المتجهات.

الهندسات: هندسة إقليدية ولا إقليدية، توبولوجيا، المنطق الرياضي.

تطبيقات الرياضيات المعاصرة:

الإحصاء والاحتمالات.

النمذجة الرياضية.

وحدد المقوشي (2001) العناصر التي تم التأكيد عليها كجزء من ثورة الرياضيات المعاصرة (الحديثة)، وهي:

1. محتوى جديد: ويشمل الحاسب الآلي، والاحتمالات، والإحصاء، والجبر الخطي، والمتراجحات.
2. التناقل بين الموضوعات الرياضية: نقل بعض الموضوعات الرياضية من صف إلى آخر حسب المرحلة الذهنية للطالب، وحاجة المادة والمواد الأخرى، واستخدام المنهج اللولبي حتى يمكن التوسع في بعض المواضيع.
3. عرض جديد: إعادة العرض بحيث يستفيد من لغة المجموعات، وزيادة التركيز على استخدام مفهوم الدالة في الجبر وحساب المثلثات، والاهتمام بطريقة الاستنتاج الرياضي في فروع الرياضيات الأخرى إلى جانب الهندسة.
4. التركيز على الاستيعاب: الابتعاد عن عن التلقين والحفظ أو استخدام أساليب التدريس التي تعتمد عليها مثل التكرار والعرض المباشر بدون مشاركة الطلاب أو استخدام أدوات أو وسائل تعليمية.
5. التعلم كيف تتعلم: التركيز على استيعاب المفاهيم، والاهتمام باستخدام أسلوب حل المشكلة.

بناء الرياضيات:

يرى أبو زينة (2005) ان بناء الرياضيات يتكون من المفاهيم والمصطلحات والتعميمات والخوارزميات والمسائل الرياضية:

1. المفاهيم والمصطلحات: وهي اللبنات الأسياسية في المعرفة الرياضية، ويجب التركيز في المنهاج على المفاهيم الأساسية الموحدة لمختلف أفرع الرياضيات، كالمجموعة والعلاقة والاقتران والجملة المفتوحة وغيرها.
2. التعميمات والنظريات: تعرف التعميمات الرياضية بانها جمل خبرية تربط عدداً من المفاهيم بعضها مع بعض، ويمكن أن تكون التعميمات بمستوى مسلمات يسلم بصحتها، أو بمستوى نظريات يبرهن على صحتها بالاستدلال الرياضي.
3. الخوارزميات والمهارات الرياضية: تعرف الخوارزمية بأنها طريقة روتينية تستخدم للقيام بعمل ما، مثل خوارزمية الضرب والقسمة واستخراج الجذر التربيعي، أما المهارة فهي إجراء الخوارزمية بدقة وسرعة، ولأن فهم الخوارزمية يساعد في إعطاء معنى للمهارة المرتبطة بها، فإنه من الضروري التركيز على فهم الطالب للخوارزمية قبل تثبيت المهارة المطلوبة.
4. المسائل الرياضية: المسألة الرياضية هي موقف رياضي أو حياتي جديد يتعرض له الطالب، ويتطلب حله استخدام المعلومات الرياضية السابقة، لذلك يجب أن تكون المسائل التي يتعرض لها الطالب متنوعة وشاملة للمواقف التي تتطلب تطبيقاً للمفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية، بالإضافة إلى ذلك يجب أن تشمل المسائل مواقف حياتية تستخدم المعرفة الرياضية المكتسبة في حلها.

الاهداف العامة لتعليم الرياضيات:

يرى إبراهيم (1997) أن الأهداف العامة لتعليم الرياضيات تتمثل فيما يلي:

1. تزويد التلميذ بالمعرفة الرياضية المعاصرة بمستوياتها المختلفة من حقائق نوعية، وأفكار، ومبادئ، ومفاهيم.
2. مساعدة التلميذ على اكتساب المهارات في إجراء العمليات الرياضية، وحل المشكلات واستخدام الآلات الحاسبة، وكذلك مساعدته على اكتساب بعض المهارات الرياضية اللازمة.
3. تنمية الاستقلال الذهني للتلميذ، عن طريق تشجيعه على اكتشاف القواعد والعلاقات والأنماط الرياضية، وتقدير صحة النتائج وتفسيرها، وتنمية الثقة بالنفس في معالجة ما يعرض عليه من مشكلات.
4. تدريب التلميذ على استخدام الأساليب العلمية والمنطق الرياضي في التفكير.
5. تنمية القدرة الابتكارية للتلميذ.
6. تنمية الاتجاهات والميول العلمية للتلميذ.
7. إبراز الرياضيات كأداة نافعة لمعالجة مشكلات البيئة الاقتصادية وفي عمليات التخطيط وفي خدمة المواد الدراسية الأخرى.
8. مساعدة التلميذ على تذوق النواحي الجمالية في مادة الرياضيات، وإكسابه اتجاهاً نحو العلم والعلماء، وتقدير جهودهم.
9. إلمام التلميذ بالدور الذي لعبه الفراعنة والعرب وعلماء الرياضيات القدامى في النهوض بالرياضيات، وكذلك توعية التلميذ بالدور الذي ينبغي أن تلعبه أجيالنا الحاضرة والمستقبلة في هذا الميدان.
10. التعرف إلى الفروق الفردية بين التلاميذ توطئة لتوجيههم التوجيه المناسب، ومساعدتهم على النمو الذي يتفق مع استعدادتهم وقدراتهم وميولهم.

تعلم الرياضيات وتعليمها:

حدد أبو زينة (2005) المبادئ التي يجب مراعاتها عند تعلم الرياضيات وتعليمها، وهي:

1. التركيز على المتطلبات اللازمة للتعلم الجديد، سواءاً كان التعلم الجديد مرتبطاً بمفهوم معين، أو تعميم محدد أو مهارة مطلوبة.
2. التعلم عن طريق المشاركة والاكتشاف أكثر من الاعتماد على الطرق التي تعتمد على استقبال التلميذ للمعلومات.
3. التعلم عملية نامية، لا يتوقع من التلميذ أن يستوعب الموضوع الذي يدرسه لأول مرة بشكل كامل، فاستيعابه لهذا الموضوع ينمو بالتدريج تبعا للخبرات الرياضية التي يتفاعل معها في مراحل دراسته.
4. التعلم عملية فردية، فكل تلميذ يتميز بنمط خاص به، وبالتالي يجب أن تلبي الخبرات التعليمية حاجات التلاميذ أفراداً وجماعات.
5. استخدام مبدأ التعلم الذاتي مع المحافظة على استمراريته، والتشجيع على عرض مواقف يحللها الطالب بنفسه، والوصل إلى التعميمات المطلوبة، وضرورة أن يشجع المنهاج الطلبة على مواصلة دراستهم للرياضيات في المدرسة وخارجها.
6. التدريب يعزز تعلم المفاهيم واكتساب المهارات، لذلك يجب التأكيد على إعطاء تدريبات متنوعة، بهدف تعزيز الفكرة وعدم الاكتفاء بنوع واحد منها، كما يجب أن لا يتناول التدريب الهدف النهائي فقط، بل يجب أن يتناول المكونات الأساسية له.

أهداف تدريس الجبر:

حدد خليفة (1999) أهداف تدريس الجبر، فهو:

1. يساعد التلاميذ على فهم الفروع الأخرى للرياضيات.
2. يعطي التعميمات وقواعد للحالات الخاصة، للحقائق العلمية في صورة قواعد بسيطة ودقيقة.

3. هو ذا قيمة علمية في كثير من المهن والصناعات.
4. يعطي بعداً جديداً لدراسة العلاقات الرياضية المجردة، من خلال استخدام لغة جديدة ومفاهيم جديدة.
5. يلعب دوراً هاماً في التحليل الرياضي، حيث أن التحليل الرياضي يعتمد على الجبر كثيراً في بنائه وفي مسائله وتطبيقاته.
6. يمثل أداة حسنة في التدريب العقلي وحل المشكلات.

الرياضيات كما يفهمها المعلم:

يرى المقوشي (2001) أن مفهوم المعلم للرياضيات له ارتباط كبير بالاسلوب الذي يحدد خصائص الرياضيات عند التدريس في الصف، ويمكن أن تؤثر الإشارات التي تنقل للطلاب عن الرياضيات وطبيعتها على الطريقة التي تنمو فيها نظرتهم لها ودورها في العالم، وأن نظرة المعلم عن ماهية التدريس في الصف مبنية بدرجة كبيرة على فهمه لطبيعة الرياضيات، لا على ما يعتقد أنها الطريقة الفضلى للتدريس، ولذلك لا بد من تغيير الوضع عن طريق بناء طرق مختلفة لمفهوم طبيعة الرياضيات، ومضامين هذه المفاهيم في التربية الرياضية، وفي ذلك حدد جفري (Jeffrey) ثلاث طرق يستخدمها المعلمون في الصف، وهي:

أ) استعمال آلي (Instrumental Use):

يستعمل المعلم الكتاب كوسيلة يتبع خطواته، ويستخدم مقترحاته في التعامل مع المحتوى.

ب) استعمال ذاتي (Subjective Use):

يستعمل المعلم الكتاب كدليل يقدم نظرة بنائية شاملة للمادة، متبوعة بنقاش عن المفاهيم والقواعد المبنية على تجارب ذاتية.

ج) إستعمال أساسي (Fundamental Use):

يهتم هذا الأسلوب بكل من المحتوى والطريقة (أساليب التدريس) المتعلقة بالرياضيات وهي تطور من النظرية البنائية.

ويرى جفري(Jeffrey) في (المقوشي، 2001) أن النموذج الشائع في كثير من الصفوف الدراسية هو النموذج الآلي، بينما تدعو الوثائق المعاصرة إلى وضع قريب من النموذج الأساسي،

والمسافة الواسعة بين الطريقتين تحدد الدور الكبير لمفهوم طبيعة الرياضيات لدى المعلم، وما يؤديه من دور في عملية التعليم والتعلم عند نظمها في الرياضيات المدرسية.

تدريس الرياضيات:

وحدد عقيلان (2000) طريقتان يمكن الاعتماد عليهما في تعلم الرياضيات، وهما: الطريقة الاستقرائية (التدرج من الخاص إلى العام)، والطريقة الاستنتاجية (التدرج من العام إلى الخاص)، والطريقة الأولى تستخدم أكثر في المراحل الأولى لتعليم الطالب بينما تزداد الحاجة إلى استخدام الطريقة الثانية عند ازدياد مستوى المنطق عند الطلبة، حيث أنها طريقة منطقية قائمة على المسلمات وقواعد المنطق والقياس المنطقي، بينما الطريقة الثانية تعتمد على استخدام الأمثلة والقياس.

وقد ذكر أبو زينة (2005) مبادئ عامة لتدريس منهاج الرياضيات وهي:

1. مراعاة الفروق الفردية: يتفاوت المتعلمون في سرعة إنجازهم للأعمال، وفي نواحٍ متعددة من شخصيتهم وتفكيرهم؛ لذلك يجب على المعلم استخدام أساليب متنوعة في التعلم تلبي حاجات التلاميذ الفردية، وتتيح لهم فرصة المشاركة والعمل كل حسب قدراته وإمكاناته، مثل استخدام أسلوب التعلم الفردي، وتكليف الطلاب القيام بأعمال كل حسب إمكاناته وقدراته، ويمكن تقسيم الطلبة إلى مجموعات صغيرة يعمل أفراد كل منها متعاونين لإنجاز العمل المطلوب منهم، مراعياً بذلك الطلبة في المستويات المختلفة.
2. التدرج في التعليم: يجب على المعلم عدم إعطاء موضوع جديد في الرياضيات وتدريسه دفعة واحدة، وإنما عليه أن يتذكر أن تعليم أي موضوع في الرياضيات يمر بالمراحل التالية:

أ) التعليم من أجل الفهم الأولي للموضوع.
ب) التعليم من أجل تعميق الفهم والاستيعاب.
ج) التعليم من أجل التطبيق والانتقال إلى مواقف أخرى.
د) التعليم من أجل دوام التعلم واستبقائه.

3. التعلم بالعمل والمشاركة: يتعلم الطلاب بطريقة أفضل عن طريق العمل والمشاركة الفعالة في الأنشطة التي تتيح لهم تطبيق ما يتعلموه، لذلك يجب على المعلم إثارة أسئلة هادفة تستثير تفكير الطالب وتدفعه للتعلم، وتشجيع الطلاب على المشاركة في مناقشة الأفكار الرياضية وحلول المسائل والتعبير عن أفكارهم الأصلية، ويكلفهم بين الحين والآخر بوظائف تستلزم البحث والابتكار.
4. التعلم بالاكتشاف: إن أساليب التدريس التي تشجع الطلبة على اكتشاف الأفكار والحلول بأنفسهم تولد عندهم شعوراً بالرضا والرغبة في مواصلة العلم والتعلم، لذلك يجب على المعلم أن يتيح للطلاب فرصة اكتشاف أفكار جديدة بأنفسهم، حتى لو استغرق ذلك وقتا طويلاً أو وقعت أخطاء أثناء عملية الاكتشاف.
5. التتابع في التعلم: المعرفة الرياضية تراكمية، هرمية، تشكل المفاهيم الأولية واللبنات الأساسية والقاعدة العريضة لهذا الهرم، وهناك المفاهيم والمهارات والمبادئ التي تبنى على المفاهيم الأولية، لذا يصعب تعلم مفهوم جديد دون التمكن من المفاهيم السابقة ذات العلاقة ويصبح من الضروري تحديد هذه المفاهيم السابقة وتوضيحها قبل البناء عليها.
6. التدريب يعزز تعلم المفاهيم واكتساب المهارات: تكمن أهمية التدريب في كونه وسيلة لحفظ التعلم من الضياع واستبقائه وثباته لفترة طويلة.
7. التعزيز: إن معرفة المتعلم بأن استجابته صحيحة يعزز تعلمه ويدعمه، ولذلك يجب أن لا يؤجل تقويم عمل الطالب واطلاعه على نتائجه حتى النهاية، وإنما عليه أن يطلع أولاً بأول على تقدم سيره، وإعطائه التغذية الراجعة باستمرار.

تدريس الجبر:

وضع خليفة (1999) الأسس العامة التي يجب مراعتها عند تدريس الجبر، وهي:

1. التأكيد على الدقة في التعبير وعلى أهمية معرفة حدود أي تعميم يعطي في صورة تعريف أو قانون أو قاعدة.
2. إتاحة الفرصة للطلاب لاستخدام الأساليب الاستدلالية في الجبر كما في الهندسة.
3. إشراك التلاميذ في برهنة الكثير من القواعد والخواص الجبرية.

4. التقليل من المسائل الجبرية المعقدة التي تعتمد على عمليات آلية، مثل: بعض مسائل اللوغاريتمات، ونظرية ذات الحدين.
5. مساعدة التلاميذ لاكتساب المهارات (الدقة والسرعة مع الفهم) في إجراء العمليات الجبرية المختلفة، وخاصة المهارات الهامة المفيدة، فالتلميذ الذي اكتسب المهارات اللازمة لحل معادلات الدرجة الأولى والثانية في متغير واحد وفي متغيرين أقدر على فهم ودراسة الهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل من غيره.
6. البدء في تعليم الرموز في الجبر بدء خاطئ، لأن الانتقال من التعميم الحسابي إلى التعميم الجبري الرمزي يعد انتقالاً مفاجئاً يصعب على التلميذ المبتدئ في الجبر استيعابه وإدراكه، وبالتالي يجب أن يسبقه تدريب التلاميذ على استخلاص الأحكام العامة والقوانين من الحالات الخاصة بصورة لفظية، ويجب أن يتدربوا تدريباً كافياً قبل أن يصوغوا هذه القوانين بصورة رمزية مختصرة.
7. إن القاعدة العامة في تدريس الجبر هي أن فهم الأفكار وحل المشكلات يجب أن يسبق التعبير بالرموز وإجراء العمليات، ثم بعد ذلك يدرس التلاميذ في المرحلة الإعدادية التحليل والأعداد النسبية والكسور الجبرية وحل المعادلات والمتبيانات.

2.1.2. المنحى التاريخي:

لا يمكن لأي أمة أن تعيش الحاضر بدون الماضي، ولا أن تتطلع للرقي والتقدم بدون الحاضر، الماضي يشكل الحاضر، والحاضر يكّون ويستقرئ المستقبل، فمسيرة التطور عبر التاريخ جزء منها تم في الماضي، وكان بمثابة مصباح يهتدي به الحاضر، ويستشرق به المستقبل(عقيلان، 2000).

وعند سماع كلمة "تاريخ" فإن أول ما يتبادر إلى الذهن هو تاريخ الأحداث العسكرية والسياسية أولاً، والاجتماعية والاقتصادية ثانياً، أما تاريخ العلوم والرياضيات فيتبادر أخيراً، وإذا ما تم ذكر كلمة تاريخ في السياق التعليمي فإنها تدل على منهاج التاريخ المدرسي، وإذا ذُكر شيء عن التاريخ في منهاج الرياضيات أو العلوم فيكون بالتعرض إلى الشخوص كأبطال موسومين بالإلهام، ونادراً ما يقدم مفهوم أو تقدم نظرية في سياق التاريخ وثقافة المجتمعات وحضاراتها، حيث يُلاحظ إبعاد شبه كلي للبعد التاريخي للموضوعات الرياضية المختلفة في مناهجنا المدرسية، وفي ممارستنا التعليمية، وغالباً ما يختزل المفهوم الرياضي إلى حلقة خاصة عبر تجريده من شريطه التاريخي، الأمر الذي يدفع المفاهيم إلى الانغلاق على نفسها، لتدور في صيغ وقوانين ونظريات مجردة بعيدة عن حركات الجغرافيا البشرية وتاريخها.

يقول تولستوي: "سمعت أحد الرياضيين يقول: إن المتعة الحقيقية لا تكمن في برهان نظرية أو إثبات قانون، بل في البحث عن أصوله التاريخية".

كما يقول وليام بليك: "كل ما يوجد اليوم كان متخيلاً قديما" (جابر وكشك، 2007).

ويرى جارسيدياجو (Garciadiego, 2002) أن مصطلح "التاريخ" يبدو مألوفاً لدى الجميع تقريباً، ومعظم الناس يعتقدون أنهم يعرفون معناه بشكل حدسي، الشخص العادي أحياناً يفكر بالتاريخ في مصطلحات من التواريخ والاسماء والحكايات الملونة للشخصيات مثيرة للاهتمام، والتاريخ يزود الانسان بسجل عن شخص عاش في مكان وما فعله هذا الشخص.

والمعرفة الرياضية تم انتاجها واستخدامها من قبل الإنسان، وبالتالي يمكن التفكير بالأنشطة على أنها عناصر متكاملة مع الواقع التاريخي الاجتماعي ومع حياة الإنسان، حيث

يمكننا تصور الأنشطة الرياضية على أنها إبداعات من التاريخ، وكذلك الأعمال التي تخلق تاريخ الرياضيات (Kjeldsen, 2011)، كما ترى سفارد (Sfard, 1991) عند الحديث عن المواضيع الرياضية فغنه من الضروري تقديم إشارة إلى عملية تشكيل المفهوم.

يرى غارتن جينيس الوارد في تازنكس وثامودس (Garttan-Guiness (2004) in Tzanakis& Thomaidis, (2011)) أن تاريخ الموضوع الرياضي يشير إلى تطور الموضوع، من خلال فترة معينة إنطلاقاً من أوائل ظهور الموضوع وشكله الأولي وأثره في السنوات التالية والعقود التالية، وتطبيقات الموضوع داخل وخارج الرياضيات، وهو يتناول السؤال التالي: ماذا حدث في الماضي؟.

تاريخ الرياضيات:

ليس هناك إنجازللحضارة البشرية بشتى ثقافتها وعبر أربعين قرناً أهم من نظام ترميز الأعداد العشرية (0، 1، 2، ...، 9) الذي به نستطيع التعبير عن أي عدد مهما كان صغيراً أو كبيراً، فمعظم البشرلا يدركون الخصائص الضمنية لهذا النظام (المنازل، أساس، النظام العددي، الكسور،...)، وإنما يتم التعامل معه كأمر مسلم به، على الرغم من أنه أساس التطور في جميع جوانب الحضارة البشرية وخاصة في مجال العلوم الطبيعية والتقنية (المقوشي، 2001).

لخص عقيلان (2000) التطور التاريخي للرياضيات في المراحل المتميزة التالية:

المرحلة الاولى:

وهي مرحلة ما قبل العد، والتسجيل وهي بداية التعبير بصورة أو أخرى عن الكميات، وإن كان التعبير يأخذ الجانب الوصفي غير المحدد، وهي تعتبر مرحلة الغموض والإبهام في التعبير الكمي، في هذه الرحلة الانسان لم يدرك عدد ما يتحدث عنه، ولكنه يشير إلى كمية كبيرة أو صغيرة كما كان يستخدم ألفاظا أو عبارات أو إشارات أي إيماءات تدل على الكثرة أو القلة، أي أن الإنسان في هذه المرحلة كان يصف العدد ويحدد مقداره.

المرحلة الثانية:

وهي مرحلة النظائر، وفي هذه الحالة كان الإنسان البدائي يطابق أو يقابل الاشياء التي يراها أو يملكها، أو يريد أن يعبر عنها وبين وحدات أخرى بسيطة كالحصى أو فروع الأغصان أو العصي أو علامات على الأخشاب أو على فروع الأشجار او على الحجر، وفي هذه المرحلة أيضاً كان يعبر عما يريد التعبير عن كميته بوحدات معروفة، مثل: العين، أو الأذن، أو الأصابع، فلم يعرف اثنين أو خمسة ولكنه كان يكتفي بأن يشير الى العينين أو الأذنين أو الأصابع، بالإضافة إلى وجود فكرة رياضية أخرى في هذه المرحلة، وهي فكرة المقارنة وفيها يظهر مفهوم التكافؤ من خلال تطابق عناصر مجموعتين من الأشياء، بذلك يدرك التكافؤ والأقل والأكثر، وهي كلها أفكار رياضية أثرت في نمو الرياضيات.

المرحلة الثالثة:

هي مرحلة استخدام رموز الأعداد، وقد نشأت هذه المرحلة عند الإنسان عندما بدأ العمل في التجارة عن طريق المقايضة أو المبادلة، ووجد أنه يحتاج إلى أعداد كبيرة يسهل عليه الأمر، وتركز في هذه المرحلة استخدام الإنسان لأصابعه كمعداد طبيعي ثم شعر الإنسان أن استخدام الاصابع لم تعد كافيه فلجأ إلى تدوين وتسجيل الكميات عن طريق الكتابة بالرموز، وبذلك اخترع الانسان رموز الأعداد، وظهرت حضارات متميزة برموز أعدادها وبنظامها العددي وبأساليب إجراء العمليات باستخدام الرموز، ومن هذه الحضارات القديمة: حضارات قدماء المصريين والبابليين والإغريق والرومان.

المرحلة الرابعة:

تميزت هذه المرحلة بوجود نطام ترقيم واحد وهو النظام الحالي، والحقيقة أن الوصول إلى هذا النظام كان وليد الصراع الشديد بين النظم المختلفة، ونتيجة لمحاولة إيجاد نظام واحد بدلا من النظم العددية المختلفة، ويخضع هذا النظام واستخدام رموزه إلى قواعد وقوانين للتعبير عن الأعداد وتسجيلها، ويرجع الفضل في وجود النظام العددي إلى العرب الذي امتدت فتوحاتهم فشملت حضارات متنوعة، ويقال إن الهنود استخدموا هذا النظام حوالي القرن الثالث قبل الميلاد، وان العرب قد نقلوا هذه الرموز إلى أوروبا عن طريق التجارة والفتوحات.

مميزات النظام العشري الذي تتميز فيه هذه المرحلة:

1. استخدام عدد محدود من الرموز: تسع رموز من 1 – 9 وبالإضافة إلى الصفر يصبح عددها 10، ولذلك سمي بالنظام العشري.
2. الترتيب: لهذا النظام ترتيب ثابت لايتغير، فمثلا العدد ثلاثة أقل من العدد أربعة، ويأتي قبلة مباشرة، والترتيب الذي ينطبق على الآحاد ينطبق على العشرات والألوف وغيرها من المنازل.
3. الأساس عشرة: إن أساس نظامنا الحالي هو العشرة، ولذلك سمي بالنظام العشري أي أنه بعد الأرقام التسعة الأولى تأتي وحدة من عشرة، ويلي ذلك وحدات عشرات.
4. القيمة المكانية للرقم: في نظم الترقيم القديمة كان الاعتماد على شكل الرقم للدلالة على العدد عند تقدير قيمة العدد، وبهذا لا يحتاج إلى الترتيب وبالقيمة المكانية، أصبح في النظام العشري الحالي الرمز يشغل خانة محددة وبالتالي له قيمة محددة.
5. الصفر: استخدام الصفر سهل الخاصة المكانية كما سهل كتابة الرموز، مما يجعل الأوروبيين يلغون النظام الروماني، ولهذا انتشر هذا النظام، وحل محل نظم الترقيم الأخرى، ويقول بعضهم أن العرب هم الذين أوجدوه ويقال أيضاً بأن الهنود هم أول من من استخدموه.

المرحلة الخامسة:

تتميز هذه المرحلة بظهور نظم ترقيم ذات أساس آخر غير العشرة، وأهمها النظام الثنائي الذي يستخدم في الحاسبات الإلكترونية، وهو يقوم على استخدام رمزين فقط هما 0 و1، وهناك النظام الثلاثي والرباعي والخماسي ...

تاريخ الجبر:

يمكننا تقديم نبذة تاريخية عن علم الجبر من خلال المراحل التالية كما يراها خليفة (1999):

1. لقد عرف المصريون القدماء الجبر، فاستعملوا المعادلات التربيعية (معادلات من الدرجة الثانية) وحلوا مسائل تؤدي إليها.
2. في حوالي (2000) قبل الميلاد وضع البابليون القدماء جداول للمربعات والمكعبات، وحلوا معادلات من الدرجة الثانية والثالثة.
3. عرف الإغريق الحل الهندسي لمعادلات الدرجة الثانية في عصر فيتاغورس.
4. في القرن الثالث الميلادي (250 م) لمسوا الحاجة الى علم الجبر، فبحث (ديوفانتش) في حل المعادلات من الدرجة الثانية ذات المعاملات الموجبة.
5. عرف الهنود علم الجبر فقام (إربابهاتا) بإيجاد عدد من حدود المتوالية الحسابية التي عرف منها الحد الأول والأساس ومجموع الحدود، ووضع (برهما جوبتا) في القرن السابع ميلادي حل المعادلات التربيعية.
6. اشتغل العرب بالجبر وألفوا فيه، ومن أشهر مؤلفاتهم كتاب (الجبر والمقابلة) للخوارزمي، وكتاب الخيام وقسم العرب المعادلات إلى ستة أقسام، ووضعوا حلولاً لكل منها، واستعملوا الرموز في الأعمال الرياضية وبحثوا في نظرية ذات الحدين، وأوجدوا قانوناً لإيجاد مجموع الأعداد الطبيعية، ومهدوا لاكتشاف اللوغاريتمات وعنوا بالجذور الصماء.
7. في القرن الثالث عشر ميلادي بدأت العلوم الرياضية عند العرب وغيرها من العلوم الانتقال إلى أوروبا عن طريق الأندلس، فترجموا المؤلفات العربية المختلفة ومنها الجبر.
8. في القرن السادس عشر توصل العلماء إلى حل معادلات من الدرجة الثالثة والرابعة.
9. في القرن السابع عشر والثامن عشر توصل العلماء إلى نتائج باهرة في بحوثهم عن متسلسلات القوى وخواصها.
10. في القرن التاسع عشر بدأ اكتشاف علوم الجبر الأخرى، فابتكر (هاملتون) جبر الرباعيات، ونشر العالم الرياضي (جراسمان) كتابا يحتوي على بعض أنواع الجبر العامة الأخرى، وابتكر العالم الانجليزي (كيلي) جبر المصفوفات، كما ظهر الجبر البوولي (Boolean Algepra)، بالإضافة إلى العديد من فروع الجبر الأخرى.

دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات:

علماء الرياضيات والمؤرخين والمربين في كثير من البلدان فكروا طويلاً حول ما إذا أمكن تحسين تعليم الرياضيات من خلال دمج تاريخ الرياضيات بطرق مختلفة، وهذا ناشئ من الاعتراف بأن تعليم الرياضيات لا يلبي دائماً أهدافها لجميع الطلبة طالما أن الطالب يخرج من الدرس أقل فهماً للرياضيات، وكذلك الاعتراف بأن تاريخ الرياضيات ممكن أن يكون مفيداً للطلبة ويعمل على تقليل خوفهم الفعلي أو الفوبيا من الرياضيات، فالكثير من المعلمين في مختلف أنحاء العالم قاموا بشتى الاحتمالات التربوية لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات اعتقاداً منهم بإمكانية ذلك، فكثير من المربين يرون أن جوهر الرياضيات هو التاريخ، لأن تعلم اي موضوع يجب أن يشمل على تعلم تاريخه تماماً كما في دراسة الفن، فإن دراسة الفن تنطوي على دراسة تاريخ الفن ((Farmaki et al. (N.D) .

لذلك تم التأكيد على أهمية تاريخ الرياضيات في المناهج المدرسية من قبل المجالس المهنية مثل المجلس الوطني في تدريس الرياضيات الـــ NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)، والمجلس الوطني لاعتماد معلم التربية NCATE (National Council Accreditation of Teacher Education)، ولسنوات عديدة الآن مختلف المؤلفين من مختلف أنحاء العالم كتبوا عن أهمية الدور الذي يلعبه تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات (Horton& Panasuk, 2011; Siu, 2000; Burns, 2010).

ذكر (N.N, 2001) أن الكثير من الرياضيين وعلماء الرياضيات ومعلمي الرياضيات والباحثين ومنظمات تعليم الرياضيات الوطنية والدولية شددوا على أهمية دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، مع التركيز بشكل خاص في السنوات الأخيرة، لذلك عقدت العديد من المؤتمرات والاجتماعات في شتى أنحاء العالم تحت عنوان تاريخ الرياضيات في الغرفة الصفية، ومنها:

1. المؤتمر الدولي في تعليم الرياضيات الذي عقد في إسبانيا عام 1996م.
2. المؤتمر الذي ينعقد كل أربع سنوات حول العلاقة بين تاريخ الرياضيات والتربية في الرياضيات الذي عقد في البرتغال عام 1996م.
3. اللجنة الدولية لدراسات مؤتمر تعليم الرياضيات الذي عقد في فرنسا عام 1998م.
4. مؤتمر الغرب الأوسط في تاريخ الرياضيات الذي عقد في ولاية أيوا (الولايات المتحدة الامريكية) في عام 1998.

وفي عام 1972م في المؤتمر الثاني لــ ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) "المؤتمر الدولي حول تعليم الرياضيات" في إسترا في المملكة المتحدة كانت الفكرة قد وضعت للجنة الدراسات الدولية بشأن العلاقة بين تاريخ الرياضيات والتربية في الرياضيات، والتي كانت تابعة رسمياً لــ ICMI في عام 1976م، ففي دراسة لــ ICMI العاشرة التي قدمت عام 1990م للبحث في العلاقة بين تاريخ الرياضيات وعلم أصول التدريس للرياضيات بدأت مخاوف المجتمع الدولي في تعليم الرياضيات التركيز على قضايا مختلفة مثل الطرق العديدة والمختلفة في جعل تاريخ الرياضيات مفيداً في دراسة الرياضيات وفعاليته كمصدر داخل الغرفة الصفية، وعلى العملية السياسية في نشر الوعي بهذه الفوائد والمنفعة لتاريخ الرياضيات من خلال أهداف المنهج وتصميمه. لقد اعتبرت دراسة الــ ICMI طريقة جيدة لإثارة النقاش حول هذه القضايا معاً ونشر نتائجها ومنافعها المأمولة في تعليم الرياضيات في جميع أنحاء العالم، فدراسة لــ ICMI افترضت على تجربة العديد من المعلمين عبر العالم أن تاريخ الرياضيات يحدث فرقاً، وأن وجوده في تدريس الرياضيات باعتباره مصدراً للمعلم مفيداً، فهو يعكس جانباً أوسع للرياضيات كنشاط ثقافي (Fauvel& van Maanen, 2002).

ذكرت دراسة الــ NCTM عام 1989م (المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات) أنه يجب أن يكون لدى الطلبة خبرات عديدة ومتنوعة تتعلق بالتطور التاريخي والثقافي والعلمي للرياضيات، ولحدوث التعلم ذي المعنى يجب على المعلم تزويد طلابه بمشاكل يكمن وراءها الثقافة والتاريخ، فتاريخ الرياضيات يلهم المعلمين، ويعطيهم فكرة عن طبيعة الرياضيات مع التأكيد على المفهوم والفكرة، وذكرت دراسة NCTM عام 1998 أن النظرة الثاقبة في تطور

الأفكار يمكن أن تستخدم لتحسين كل من خيارات واضعي المناهج وقوة المعلم على التواصل الفكري وتحفيز الأفكار، وأكدت دراسة الـــ NCTM عام 1999م على وجوب تعزيز شعور الطلاب بأن الرياضيات متغيرة ومتطورة النطاق وواحدة من الأفكار تنمو وتتطور مع مرور الوقت، والتي ساهم فيها عدد من المجموعات الثقافية، فيمكن للمعلم الاعتماد على تاريخ الرياضيات في مساعدته لتقديم هذه الفكرة للطلاب ووصفها (Goodwin, 2010; Carter, 2006; Burns, 2010).

وذكرت دراسة NCTM عام 2000م أن الأهداف العامة لجميع الطلبة هي تعلم قيمة الرياضيات، وتركيز الاهتمام على الحاجة إلى وعي الطلاب في التفاعل بين الرياضيات والحالات التاريخية التي تطورت فيها، وذكرت دراسة NCTM عام 2004م أن الرياضيات هي واحدة من أعظم الثقافات والإنجازات الفكرية للبشرية، يجب على المواطنين تنمية تقديرهم وفهمهم لهذا الانجاز بما في ذلك الجوانب الجمالية وحتى الترفيهية (Horton& Panasuk,2011; Liu, 2005) .

إن المجلس الوطني لاعتماد معلمي التربية عام (2003) أشار إلى أنه يجب على معلمي الرياضيات إظهار معرفتهم بالتطور التاريخي للرياضيات، هذه التعليمات تم تقديمها لمعايير كل من الفروع الرياضية السبعة بما في ذلك: عمليات الأعداد، والجبر، والهندسة، والتفاضل والتكامل، والرياضيات المنفصلة، وتحليل البيانات، والإحصاء، والاحتمالات، والقياس (Clark, 2011).

لاحظ فان أميروم (van Amerom, 2002) أن الاهتمام باستخدام تاريخ الرياضيات والايمان في قيمته نما بشكل كبير وملحوظ في السنوات الأخيرة، انطلاقاً من عدد من المجموعات البحثية في هذا المجال في إيطاليا وفرنسا تأسست حركة التاريخ في تدريس الرياضيات (HIMED) بعد عدد من المؤتمرات الناجحة، وإذا كان لنا العودة في الزمن لوجدنا أن علماء الرياضيات من القرن الثامن عشر والتاسع عشر كان لهم نفس الاعتقاد، وذلك لان الطلبة من خلال تاريخ الرياضيات يستطيعون أن يواجهوا الموضوع باعتباره نشاطاً إنسانياً واختراعات واكتشافات تغييرت وتوسعت تحت تأثير الناس على مر السنين بدلاً من رؤية الرياضيات كمنتج

جاهز، والنظر للرياضيات على أنها مجموعة من المعارف التي تنمو وتتغير باستمرار، والتي بإمكانهم أن يساهموا فيها بأنفسهم.

إلا أن الخلاصة الفلسفية أقرت أن بعض العلماء الرياضيين البارزين بشكل أو بأخر كانت لديهم فكرة تطور التفكير الرياضي، وأن الأطفال اجتازوا نفس الخطوات (خطوات مماثلة) التي وجدت في تاريخ الرياضيات ضمن هذا المفهوم، وخلال تطور الاطفال من المفترض أن يواجهوا مشاكل صعبة أو عقبات مماثلة لتلك التي واجهها علماء الرياضيات في الماضي(Furinghetti& Radford, 2008).

إن تاريخ الرياضيات يقدم فرصاً وافرة لتوضيح تعدد الأساليب وديناميكية المفهوم في الرياضيات، فإن دمج تطور المفاهيم الرياضية في تدريس الرياضيات يساهم في جذب الانتباه لدى الطلاب، فالمفاهيم التاريخية تقدم مادة وفيرة للتركيز مثلاً، وتقودنا لفهم أفضل للرياضيات ولمعرفتنا الرياضية (Heeffer, 2006).

لذلك يرى رادفورد (Radford, 1997) أنه خلال السنوات الماضية كان هناك استخدام متزايد لتاريخ الرياضيات للأغراض التعليمية، لأن البيانات التاريخية دائماً تكون مثيرة للاهتمام فيما يتعلق بالإطار المفاهيمي.

ويرى كاجوري (Cajori) أن التاريخ ليس فقط نافذة ترسم لمعرفة طبيعة الرياضيات بشكل أفضل، وإنما هو وسيلة لتحويل تدريس هذا الموضوع بحد ذاته، وأن خصوصية هذا النوع من الاستخدام التربوي لتاريخ الرياضيات تكمن في التشابك بين المعرفة السابقة لتطور المفاهيم مع تصميم نشاطات داخل الغرفة الصفية، والهدف منه هو تعزيز تنمية الذكاء الرياضي لدى الطلاب(Furinghetti& Radford, 2008).

وفي هذا يقول فارمكي وأخرون ((Farmaki et al. (N.D) إن دمج تاريخ الرياضيات في الممارسة التعليمية يساعد الطلاب على إدراك أن الرياضيات ليست نظاماً معرفياً ثابت الانتهاء، وإنما هي عملية تنمية الحياة التي تقترب بكثب مع جذور العلم.

وقد حدد فوفيل وفان مانين (Fauvel&van Maanen, 2002) وجهات النظر للرياضيات، فمن وجهة فلسفية يجب النظر للرياضيات على أنها نشاط إنساني قام داخل ثقافات فردية على حد سواء، ومن وجهة نظر متعددة التخصصات يجب على الطلبة أن يجدوا فهمهم على حد سواء للرياضيات، وغيرها من المواضيع الاثرائية من خلال تاريخ الرياضيات، ومن وجهة نظر ثقافية وحضارية فإننا نجد تطور الرياضيات جاء من مجموع عدد من المساهمات المتزايدة من الثقافات المختلفة، وكذلك يرى كل من سنايبس وموسيس (Snipes& Moses 2001,) أن الأنشطة التي تربط الرياضيات بالثقافة مفيدة جداً، حيث يمكن للطلبة التعلم عن مختلف الشعوب واستخدامهم للرياضيات ضمن ثقافاتهم، وعن الثقافات غير الغربية فهذه الأنشطة تخلق للمعلمين فرصة لدمج الرياضيات مع غيرها من التخصصات، مثل: الدراسات الاجتماعية واللغة الإنجليزية والفن.

كما يقول (N.N, 2001) إن دمج الرياضيات في تدريس الرياضيات يقود الطلبة إلى النظر لتاريخ الرياضيات على أنه عامل يربط الرياضيات معاً، من خلال الزمن وعبر مناطق كثيرة، ومن خلال القرارات التي شهدتها الرياضيات، والنظر للرياضيات على أنها مشروع إنساني ديناميكي مبتكر.

ويرى جابر وكشك (2007) أن تقديم الموضوع الرياضي بشيء من التاريخ يُرسخ فكرة أن المعرفة تراكمية، ولا يمكن أن تأتي دفعة واحدة، وإنما هي تراكم خبرات وإسهامات على مر السنين، وأن تطور الفكر والحياة هو ثمرة لبناء الجهود الحديثة على القديمة، فالحضارات تطور لا ابتداع. إن تقديم المفهوم أو القانون أو النظرية الرياضية بشيء من التاريخ سيشحن النظرية أو القانون ببعض العمق، ويجعلها تبدو أكثر أُلفة وقُرباً، ليس هذا وحسب، ولكن سيظهر واقع القانون أو النظرية في مستوى مترفع باستمرار، حيث لايوجد شيء نهائي لا النظرية ولا القانون، وبالتالي سيظهر للطالب مسار العلم حلزونياً وليس خطياً في المستوى الثنائي، وقد يشعره ذلك بحركة في المستوى ويولّد لديه وعي بانفتاح النظريات والقوانين على كل الممكنات.

وكذلك يوافق كل من كلارك وفيليبس (Clark& Philips, 2012) على أن دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات يعالج كل من المحتوى والبعد العاطفي، ومن أكثر الطرق

نجاحاً والتي تؤتي ثمارها في الغرف الصفية، وكذلك يرى لورانس (Lawrence, 2008) أن إدخال العنصر التاريخي في مناهج الرياضيات يوفر إمكانية تطوير استراتيجيات للتدريس التي لا توفر بالضرورة النصوص التاريخية، وإنما استخدام تاريخ الرياضيات كأداة لاكتشاف الحقائق واستكشاف التقنيات الرياضية، فالمناهج الجديدة تنص على أن الطالب يجب أن يتعرف على الجذور التاريخية الغنية وعلى الجذور الثقافية للرياضيات .

ومن خلال التاريخ يمكن للطالب أن يُقدر الدوافع وراء الإبداعات والابتكارات في المعرفة من قبل الرياضيين، والتي نشأت عادة من الحاجة الى حل مشكلة من الحياة الواقعية في الماضي، كما يرى Tymoczko أنه لأنسنة الرياضيات يجب أن يتم ربط الرياضيات بالبشر والتعرف إلى الدور المهم الذي تلعبه الرياضيات في ثقافة البشر (Yee&Chapman, 2010).

والنص الرياضي مع رموزه الوفيرة يطرح العديد من الصعوبات، وأحياناً المستحيلات للعديد من الذين يدرسون هذا الموضوع ويُدرسونه كموضوع رتيب لا يثير الانتباه، لهذا السبب فإن تدريس الرياضيات بطريقة تجعل النص الرياضي ينبض بالحياة لأهميته القصوى، فإحدى الأفكار التي اكتسبت زخماً قي العقود القليلة الماضية كانت تدريس الرياضيات من خلال التاريخ، ليس على الطلاب فقط الاندماج في التركيز على العبارات المنطقية وطرق التفكير التي ترتكز عليها المعرفة الرياضية، ولكن يجب عليهم أن يتعلموا القيام بها من خلال عمليات تعكس على الأقل حداً من الطرق التاريخية التي وصلت بها البشرية الى هذه الطريقة (Katsap, 2002).

الأفكار لها تاريخ، وإن عرض الأفكار الرياضية في سياق تاريخي أو دمج الموضوعات الرياضية مع التاريخ يساعد على تنمية الثقافة الرياضية لدى الطالب، ولكن هذا الأمر يقتضي ضرورة توفر ثقافة عامة لدى المعلم، فكلما كان لمدرس الرياضيات معرفة أكبر بتاريخها، كان أقدر على تقديم المادة من جوانب مختلفة وعرضها بطرق متنوعة، مساهماً بذلك في إعادة القيمة الضائعة للمفهوم أو القانون أو النظرية (جابر وكشك، 2007).

السبب في دمج التاريخ في تدريس المواد العلمية:

حدد بايبي وأخرون (Bybee et al. 1991) سببين رئيسين لإدخال بعض المعرفة التاريخية في تدريس المواد العلمية:

1. إن التعميمات حول كيفية نشوء العلم والعمل بها سوف يكون فارغاً بدون الأمثلة الملموسة، وعلى سبيل المثال الافتراض القائل: إن الافكار الجديدة محدودة قي السياق الذي يتم تصورها به، دون الأمثلة التاريخية فإن التعميمات لا تكون أكثر من شعارات.
2. إن بعض الحوادث التاريخية في العلوم لها أهمية بارزة في ثقافتنا، مثل الحلقات التي تشمل تأكيد غالليليو ودورها في تغيير مفهومنا لمكاننا في الكون، وإثبات نظرية نيوتن بأن قوانين الحركة على الأرض هي نفسها في السماء، فهذه القصص تقف ضمن معالم التطور في جميع فكر الحضارة الغربية.

كما حدد جانكفيست (Jankvist, 2009) أسباب استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، وأشار الى الأسباب بمصطلح (Whys) ، حيث يرى أن الحجج لاستخدام تاريخ الرياضيات لها نوعان مختلفان، وهي: الأولى تشير إلى استخدام تاريخ الرياضيات كأداة للمساعدة في التعليم والتدريس الفعلي للرياضيات (history as a tool)، والثانية تشير إلى استخدام تاريخ الرياضيات كهدف بحد ذاته (history as a goal).

استخدام تاريخ الرياضيات كأداة للمساعدة في التعليم والتعلم الفعلي للرياضيات (history as a tool):

1. تاريخ الرياضيات يمكن أن يكون عامل تحفيز للطلاب في تعلم الرياضيات ودراستها من خلال المساعدة في الحفاظ على اهتمام الطلاب وإثارتهم للموضوع.
2. تاريخ الرياضيات يعطي الرياضيات وجهاً إنسانياً ربما يقلل من الخوف من الرياضيات.
3. يشعر الطلاب بالراحة، لأن المفهوم الذي يواجهون مشكلة في استيعابه قد استغرق علماء الرياضيات مئات السنين ليصل إلى الشكل النهائي الذي هو عليه الآن.

4. يلعب تاريخ الرياضيات دوراً كأداة معرفية لدعم التعليم والتعلم الفعلي للرياضيات من خلال توفير وجهات نظر مختلفة أو طرق عرض مختلفة.
5. الحجج التطورية التي تقول بأنه لا يوجد رياضيات دون تاريخ.

ويرى كل من تازنكس وثامودس (Tzanakis& Thomaidis, 2011) أن التاريخ كأداة تتعلق باستخدام تاريخ الرياضيات كوسيلة للمساعدة في تعليم الرياضيات وتعلمها، وفي هذا المعنى قد يكون التاريخ وسيلة للمساعدة سواء كوسيلة تحفيزية أو عاطفية وكوسيلة معرفية لها آثار على مستوى المنظور المعرفي، لذلك لا غنى عن تاريخ الرياضيات كأداة، ويقول تسيابو ونيكولانتيكس (Tsiapou& Nikolantonakis, 2012) إن استخدام تاريخ الرياضيات كأداة يعني استخدامه في تدريس الرياضيات.

واستخدام تاريخ الرياضيات كأداة مفيدة لتعزيز تطوير التفكير الرياضي لدى الطلاب(Furinghetti& Radford, 2008).

بالإضافة إلى استخدام تاريخ الرياضيات كهدف بحد ذاته (history as a goal) جانكفيست (Jankvist, 2009) أن التاريخ كهدف لا يخدم الهدف الأساسي من كونه وسيلة مساعدة ولكنه ليس هدف في حد ذاته عند استخدام تاريخ الرياضيات كهدف في حد ذاته يجب التمييز لمعرفة تاريخ الرياضيات على انه موضوع مستقل لإظهار أن الرياضيات موجودة وتتطور في الزمان والمكان وانه تخصص خضع للتطور وليس شيء من العدم فقد كان الانسان جزء من التطور.

ويرى تازنكس وثامودس (Tzanakis& Thomaidis, 2011) أن التاريخ كهدف بحد ذاته لا يشير إلى تدريس تاريخ الرياضيات كحد ذاته، ولكن استخدام تاريخ الرياضيات لإظهار جوانب المعرفة لتنظيم حالات محددة من التدريس، وقد يكون له أثار إيجابية لتقدم الطلاب في الرياضيات، ويقول تسيابو ونيكولانتيكس (Tsiapou& Nikolantonakis, 2012): إن استخدام تاريخ الرياضيات كهدف هو تدريس تطور وثروة الرياضيات.

حدد ماثيو الوارد في لونسبري واليز (Matthews, 1994 in Lonsbury& Ellis, 2002) الأسباب لدمج تارخ العلم في مناهج المواد العلمية:

1. التاريخ يعزز فهم أفضل للمفاهيم والأساليب العلمية.
2. المنحى التاريخي يربط بين تنمية التفكير الفردي وبين تطور الأفكار العلمية.
3. تاريخ العلم جدير بالاهتمام جوهرياً، فالحلقات التاريخية مهمة في العلم والثقافة، مثل: الثورة العلمية، ونظرية دراون، واكتشاف البنسلين، وغيرها يجب أن تكون معروفة لدى الطلبة.
4. التاريخ ضروري لفهم طبيعة العلم.
5. التاريخ يفحص زمن العلماء وحياتهم الفردية، ويعمل على أنسنة مواضيع العلوم مما يجعلها أقل تجريداً وأكثر جاذبية.
6. التاريخ يسمح بإجراء اتصالات بين المواضيع والتخصصات في المواد العلمية وغيرها من التخصصات الأكاديمية.
7. التاريخ يعرض الطبيعة المتكاملة والمترابطة لإنجازات الانسان.

وفي دراسة لــ ICMI التي نشرت عام(2000م)مجلد "تاريخ الرياضيات في التعليم"، تتضمن قائمة شاملة من الحجج لدمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات (Whys)، وخططاً منهجية لكيفية إنجاز هذا الدمج، والواردة في تازنكس وثامودس (Tzanakis& Thomaidis, 2011) تضمنت القائمة التالية:

أ- تعليم الرياضيات:
1. التطور التاريخي مقابل الثقافة الرياضية (الصقل الرياضي): كشف النقاب عن المفاهيم والأساليب والنظريات ... الخ.
2. التاريخ كمصدر إعادة "re-resource": للتحفيز وجذب الانتباه ودمج الطلاب من خلال الربط بين المعرفة الحالية وعمليات تعلم المعرفة والمشاكل في الماضي.
3. التاريخ كجسر بين الرياضيات والتخصصات الأخرى، وللإجابة على الأسئلة التالية: من أين وكيف تم إنشاء الجزء الكبير من الرياضيات؟ لتقديم جوانب جديدة ومواضيع وأساليب.

4. القيمة التعليمية الأكثر عمومية للتاريخ هي تطوير الشخصية والمهارات الضرورية للاتصال بالرياضيات.

ب- طبيعة الرياضيات والنشاط الرياضي:

1. المحتوى: للحصول على نظرة ثاقبة حول المفاهيم والتخمين والبراهين من خلال النظر إليها من وجهات نظر مختلفة لتقدير الخطأ كجزء من الرياضيات في الصنع، لكي نبرز تطور طبيعة المفاهيم.
2. نموذج لمقارنة القديم مع الحديث ولتحفيز التعلم من خلال التأكيد على الوضوح والإنجاز واكتمالها المنطقي.

جـــ- خلفية المعلمين التربوية:

1. التعرف إلى الدوافع: لمعرفة الأساس المنطقي لإدخال المعرفة الجديدة.
2. الوعي بالصعوبات والعقوبات: لإدراك الصعوبات التربوية المختلفة والمقارنة بين الفصول الدراسة والتطور التاريخي.
3. يصبح على علم بالعملية الإبداعية "القيام بالرياضيات" لمعالجة المشكلات في الإطار التاريخي لإثراء معرفة القراءة والكتابة في الرياضيات لتقدير طبيعة الرياضيات.
4. إثراء ذخيرة المعلم التربوية لزيادة القدرة على الشرح والنهج وفهم أجزاء محددة من الرياضيات.
5. فك الرموز وفهم خصوصية المنحى غير التقليدي للرياضيات لمعرفة كيفية التعامل مع المعرفة الرياضية في السياق القديم المختلف، وبالتالي زيادة الحساسية والتسامح نحو غير التقليدي أو الخطأ في الرياضيات.

د- الميل والاستعداد العاطفي نحو الرياضيات:

1. فهم الرياضيات على اعتباره جهداً إنسانياً: لإظهار وفهم الخطوات التطورية.
2. الإمعان في الأفكار لمحاولة جمع الخيوط وطرح الأسئلة، للنظر في تفاصيل أمثلة مماثلة في الماضي.

هـــ- تقدير الرياضيات على اعتباره جهداً ثقافياً:

1. تقدير أن الرياضيات تطورت تحت عوامل ذاتية (جوهرية) ولتحديد دور العوامل الداخلية وتقديرها.
2. تقدير أن الرياضيات تطورت تحت تأثير عوامل خارجية لتحديد دور العوامل الخارجية وتقديرها.
3. تقدير أن الرياضيات جزءٌ من الثقافات المحلية: لفهم جزء معين من الرياضيات من خلال منحى المنتمين إلى ثقافات مختلفة.

طرق دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات:

الـــ (ABCD) لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات:

A (Anecdories) للحكايات: يتفق الجميع على أن الحكايات عن الرياضيات وعلماء الرياضيات يمكن أن تساهم في تدريس الموضوع بطرق مختلفة، فإذا أردنا استخدام الحكايات فنحن عادة نأخذ جانباً من مشكلة صحيحة، قد يكون من الغريب أن يرى الطلاب علماء الرياضيات الذين كانوا في أوقات أخرى فخاًر لأنفسهم، لإصرارهم على الدقة والتكرار دون تردد.

B (Broad outline) للخطوط العريضة: فالمفيد إعطاء لمحة عامة عن الموضوع، أو حتى دورة كاملة في البداية، أو إعطاء مراجعة في نهاية المطاف، الأمر الذي يمكن ان يزود الطلاب بدافعية ووجهة نظر حيث يعلم الطلاب ما يتجهون له أو ماذا يتعين عليهم تغطيته وكيف يربطوه بمعرفته المكتسبة السابقة ففي هذه الحالة ننظر إلى أفكار الموضوع من ناحية تاريخية.

C (Content) للمحتوى، D (Development of mathematical ideas) لتطور الأفكار الرياضية (Siu, 2000).

حدد دينز (Dennis, 2000) ثلاثة مناحي مختلفة لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات:

1. استخدام الخلفية التاريخية كأساس للمناهج التقليدية التي تستخدم أساساً لإلهام الطلبة، وإقراض الرياضيات الوجه الإنساني، وإعطاء فكرة عن مكانتها في الثقافة.
2. استخدام المصادر التاريخية والأصلية للحصول على نظرة ثاقبة على المشاكل والحالات التاريخية، التي أدت الى نشأة المفاهيم العلمية، مع التركيز على وجهات النظر البديلة والمختلفة والتي لم تعد موجودة في المناهج الحديثة، ولكن يمكن إعادة النظر فيها وإحياؤهاا في مواقف تعليمية جديدة.
3. دراسة موسعة لتاريخ المجتمع، والتي تعد المصادر الأصلية جزءاً لا يتجزأ من الرياضيات، وللتعرف إلى الكيفية التي أصبحت فيها بعض الآراء قيّمة أكثر من غيرها والتي أصبحت فيما بعد واردة في المناهج التقليدية.

أجاب N.N (2001) على سؤال: كيف يتم دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات بما يلي:

1. منحى يتبع التسلسل التاريخي لنشوء الأفكار الرياضية والذي يمكن استخدامه لتقديم تطور العديد من المفاهيم الرياضية، مثل: الاقترانات، والأعداد السلبية، والهندسة، والجبر.
2. المشكلات التاريخية من فترات زمنية مختلفة وأصول ثقافية تحفز الطلاب إلى التعرف والمقارنة بين استراتيجيات حل المشكلات.
3. الدمج الصريح "Explicit" ويهدف الى وصف الفترة التاريخية لإظهار التطورات ومراحل التقدم في الرياضيات.
4. الدمج الضمني "Implicit" ويرنو إلى إعادة تصميم عدة قطاعات قصيرة والإشارة إلى الطريق الذي ظهرت تاريخياً، وأدت إلى الشكل الحديث بحيث يكون تاريخ الرياضيات دليلاً لتصميم التعليم.

ويرى فان أميروم (van Amerom, 2002) أن هناك طرقاً مختلفة لتطبيق تاريخ الرياضيات في تصميم تعليم الرياضيات، وهي:

1. يمكن أن يتم استخدامه كدليل للاسترشاد به في التعليم: مراحل تطور الرياضيات تمثل إشارات حول العقبات المفاهيمية، حيث نستطيع التعلم من هذه العقبات أحياناً من خلال السفر في المسار نفسه، وفي وقت آخر استخدام نهج مختلف.
2. إعادة الاختراع: لا تعني إتباع هذا المسار بشكل أعمى، ولكنه يعني بأنبحاجة المعلمين إلى انتقاء مسار تعليمي ووضعه والتقدم في سلاسة وفي توازن.
3. يمكن الاختيار بين النهج المباشر وغير المباشر لوضع التاريخ بصورة معلنة أم لا، حيث يمكن إثراء المواد التعليمية إلى حد كبير من خلال دمج طرق الحل التاريخية والصور وأجزاء أخذت من الماضي.

ويرى كل من فوفيل وفان مانين (Fauvel& van Maanen, 2002) أن دراسة المصادر الأصلية التاريخية من أكثر الطرق طموحاً لإدماج تاريخ الرياضيات، في تدريس الرياضيات ولكنها أيضاً من أكثر الطرق كفاءة للطلاب في المدارس ولتدريس المعلمين على حد سواء، فهناك نوعان من الاستراتيجية التي يمكن تقديم المصادر الأصلية في الغرفة الصفية، وهما:

1. الاستراتيجية المباشرة التي يقوم بها المعلم بتقديم النصوص بدون أي تحضير مسبق، حيث يمكن أن يقدم موضوعاً يثير شكوك الطلاب من خلال إدراك الفرق بين وجهة نظرهم الحديثة للموضوع، ووجهة النظر التي تقدمها المصادر الأصلية، الأمر الذي يثير التساؤل لدى الطلاب، فبعد قراءة الطالب للمصادر يطلب منه الاجابة عن سلسلة من الاسئلة السابقة تقرر من قبل المعلم، أو يمكن أن تقترح من قبل الطالب والتي تستخلص من النصوص، ويتم تقديم النصوص التي يكون موضوعها يتحدى الطلاب وتثير الجدل حول الموضوع.
2. الاستراتيجية غير المباشرة، وهي موقف يتم فيه الرجوع الى المصادر الأصلية بعد الأنشطة السابقة، قد تنشأ من حل المشكلات، حيث يقدم المعلم مشاكل غير روتينية (غير مألوفة) للطلبة، والتي تثير حب الاستطلاع لديهم، والتي تحتاج إلى دراسة عميقة

للموضوع بعد ذلك، وقد يقدم المعلم مقتطفات من النصوص الأصلية التي تتعلق بالأسئلة التي صاغها الطلبة.

3. استراتيجية غير مباشرة أخرى يمكن أن تبدأ بالمؤلفين التاريخين، فالمعلم يبدأ بعرض كيفية اتصال الرياضيات مع المجتمع الحالي جنباً إلى جنب مع الطلبة، والإشارة إلى أسماء الرياضيين الذين برزوا، فالطلاب يختارون واحداً أو أكثر من المؤلفين التاريخين، ويحاولون جمع مختلف المعلومات عنهم، بعد إثارة إهتمام الطلبة بالرياضيين القدامى يقدم المعلم المصادر الأصلية، وعمل الفرق الصفية يبلغ ذروته بالتحليل.
4. الكتب المدرسية يمكن أن تكون نقطة انطلاق مختلفة للمعلم، فالمعلم يختار موضوعاً في الكتاب المدرسي يستخدمه في الغرفة الصفية، ويقدم نهجاً من الأسئلة وكتباً مدرسية أخرى ومقتطفات من كتب مدرسية قديمة للتحليل والمقارنة مع الكتب الحالية، فهي تثير فضول الطلاب ويشعرون بالرغبة في اكتشاف من قدم هذا المفهوم أو النظرية ومن صاغه أو حل هذه المشكلة.
5. في تعليم الكبار يمكن أن يكون أسهل وأكثر طبيعياً، فيتم تقديم المصادر الأصلية (التاريخية) من خلال درس خصوصي (محاضرة خاصة) يقدم فيها المعلم الخصوصي المعلومات، والصيغ التجميعية، ويقدم أسئلة جديدة من خلال تقديم خلفية تاريخية وتعليقات مختلفة وملامح ومواضيع محددة.

حدد فريدريك (Frederick, 2004) طرق استخدام المنحى التاريخي كما يلي:

1. يمكن استخدامه في مقدمة الدرس، حيث يمكن للمرء مناقشة الخلفية الثقافية التاريخية للموضوع، وإظهار كيفية استخدام هذا الموضوع في العالم الحقيقي.
2. استخدامه في أثناء الدرس يشجع المعلم على استخدام أمثلة متعددة الثقافات، وربما نماذج من الفن، مثل: الروايات، والأدب.
3. استخدامه في توسيع الدرس، كل من الطالب والمعلم على حد سواء يمكنهم تطوير مواضيع مختصة من خلال العمل على مشروع بحثي، والذهاب في رحلات ميدانية وعرض العمل في المعارض العلمية والتاريخية والثقافية.

يقول بياجيه وجارسيا (Piaget& Garcia): "لا يعتبر دور تاريخ الرياضيات في التعليم فقط نقطة تمهيدية للعرض، وإنما التوازي بين التطور التاريخي للمفهوم والنمو المعرفي، وفي بعض الأحيان يكون صريحاً أو خفياً" (Bagni, 2004).

ويرى كارتر (Carter, 2006) أن هناك طريقتين يمكن من خلالهما دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، وهما:

1. تغطية الموضوع من خلال استخدام وثائق المصادر الأصلية، فهي تتحدى الطالب وتتطلب فهماً أكبر للثقافة والأحداث التي جرت للناس الذين كتبوا الرياضيات، مثل: استخدام بردية ريند، وحساب تريفيزو.
2. تدريس المواضيع التاريخية المختارة التي تنسجم مع المناهج الدراسية.

هناك العديد من الطرق لتضمين تاريخ الرياضيات في دروس الرياضيات، ومنها: المقتطفات التاريخية، وأبحاث الطلبة التي تعتمد على الكتب التاريخية، والمصادر الأصلية، وأوراق عمل، والمشكلات التاريخية، والألعاب، والأفلام والوسائل المرئية، كما يمكن أن يستخدم تاريخ العلم لتوفير إطار حول تطور المبادئ والأساليب والمفاهيم الرئيسية عن طريق تتبع خطوات اكتشافهم عبر الزمن (Ho, 2008; Chamany et al. 2008).

حدد جانكفست (Jankvist, 2009) طرق استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، وأشار إلى الطرق بمصطلح (hows)، حيث يرى أن الأساليب التي يمكن أن تستخدم تاريخ الرياضيات في تعليم الرياضيات وتعلمها يمكن تصنيفها إلى ثلاث فئات رئيسية في المنحى، وكل فئة من الفئات قد تتضمن أحجاماً مختلفة من التاريخ، وهي:

1. منحى الاضاءة أو الإنارة "The illumination approaches": تدريس الرياضيات وتعلمها في الغرف الصفية أو الكتب المدرسية المستخدمة، وإكمالها من خلال معلومات تاريخية متفاوتة الحجم والتركيز.

2. منحى الوحدات"The modules approaches ": وحدات تعليمية متخصصة في تاريخ الرياضيات، وغالباً ما تقوم على دراسة حالات محددة وقضايا محددة من التاريخ بشكل مفصل، حيث يظهر تاريخ الرياضيات أكثر أو أقل مباشرة.
3. المنحى القائم على التاريخ" The history-based approaches": مستوحاة مباشرة من تاريخ الرياضيات، وتقوم على أساس تاريخ الرياضيات، ولا تتعامل مع دراسة تاريخ الرياضيات بشكل مباشر ولكن بشكل غير مباشر الى حد ما، فالتطور التاريخي ليس بالضرورة أن يناقش في العلن، ولكن غالباً ما نضع جداول وأعمالاً ونظاماص للطريقة التي تقدم فيها المواضيع الرياضية، يعني مساقات بنيت كلياً على المنظور التاريخي.

هناك ثلاث طرق يمكن أن نستخدم فيها تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات على النحو الوارد في دراسة الـــ ICMI التي نشرت عام 2000م مجلد "تاريخ الرياضيات في التعليم"، تتضمن قائمة شاملة للخطط المنهجية (hows) لكيفية دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، وهي:

أ- تعليم التاريخ من خلال توفير معلومات تاريخية مباشرة: معلومات واقعية معزولة، وقصاصات تاريخية، وكتب ومصادر كلها من التاريخ.
ب- تعليم المواضيع الرياضية من خلال اتباع منحى تدريسي مستوحى من التاريخ: مواد تدريسية مستوحاه من التاريخ، وأوراق عمل تعتمد على المصادر الأصلية، وتحديث قطعة من الرياضيات وإعادة بناؤها.
ج- تطوير وعي عميق وتنميته في كل من الرياضيات والسياقات الثقافية والإجتماعية التي قامت بها الرياضيات.
(Tzanakis& Thomaidis, 2011 ; Jankvist, 2009)

هناك طرق مبتكرة للتعلم عن تاريخ العلم وفلسفته، وهي: الأبحاث الموجهة لتاريخ وفلسفة العلم، وتكرار تطبيق الأدوات والأجهزة التاريخية، وأنشطة لعب الأدوار، والكتابة الإبداعية لفهم العلم والعلماء، وزاوية للتأمل في طبيعة العلوم (Henke et al. 2009, unpublished).

وذكر كل من يي وشابمان (Yee& Chapman, 2010) أن التطبيقات التي تعتمد على توفير التاريخ كسياق في تعليم الرياضيات الصفية تشمل واحداً أو أكثر من العناصر الأربعة الرئيسة الآتية:

1. استخدام القصص والسير الذاتية لعلماء الرياضيات.
2. مناقشة الدوافع التاريخية لتطوير المحتوى.
3. استخدام المواد الأصلية من المصادر التاريخية.
4. تدريس الموضوع من خلال تطوره الزمني في التاريخ.

ويوافق كل من نيومان وكووب (Newman& Copp, 2011) على أن تحليل المصادر الأصلية في المواد العلمية يوسع التفكير الناقد لدى الطلبة ويعزز مهارات البحث لديهم، حيث يمكن للطلبة التعلم عن التاريخ وتطبيقات الاكتشافات العلمية المختلفة من خلال استخدام المصادر الأصلية، التي تنمي مهارات مهمة لدى الطلبة، مثل: الملاحظة، والاستدلال، التي هي جزأ لا يتجزأ من التجربة والنهج العلمي، ومن خلال تحليل المصادر الأصلية، مثل: دفاتر الملاحظات، والرسائل، والرسوم المعمارية، وعناوين الصحف، والصور الفوتوغرافية، يمكن للطلبة فهم الابتكارات العلمية بشكل أفضل، وفهم أساليب الإنجاز العلمي وتقدير التاريخ وتطبيقات الاكتشافات العلمية، لان المصادر الاصلية تجذب جميع المتعلمين، وتعزز تعليم التخصصات، وإشراك الطلبة في تعلم المحتوى، وكذلك بناء المهارات.

وأكثر الطرق المعروفة لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات هي إيصال القصص والحكايات التاريخية للطلبة، من خلال جلب القصص والسير الذاتية لعلماء الرياضيات للغرفة الصفية، وكذلك المراحل المختلفة التي اشتق منها المفهوم يمكن الطلبة من رؤية الرياضيات على أنها موضوع تم اختراعه من قبل أشخاص مختلفين في مراحل مختلفة من التاريخ، كما يمكن الطلبة من رؤية كيف أخطأ علماء الرياضيات وكيف واجهوا الصعوبات قبل اشتقاق المفاهيم والنظريات بصورتها النهائية، فالسرد القصصي أداة قوية يمكن أن تحقق حياة غنية بالصور الدائمة والمعاني للطلاب فهي وسيلة فريدة وقوية للربط بين الناس، لذلك فإن رواية قصة عن علماء الرياضيات تزيل الحواجز إن جاز التعبير والتركيز الكلي واستيعاب الكلمة

المنطوقة، لأن الاستماع الى القصة والمشاركة في حل المشكلات والنشاطات المتعلقة بتعزيز الطلاب، فهي تساعد الطلبة على الاتصال بالرياضيات التي يحتاجونها للتعلم، فالسرد القصصي يسمح للطلاب بالتخيل والتعاطف والمساعدة لجعل التعلم ذي معنى، فعندما يستمع الطلبة إلى القصص فإنها تخلق صورة عقلية تربط المحتوى إلى شيء خصوصي إلى حد كبير. أما دور المعلم في السرد القصصي مثل (الحكواتي)، فيجب أن يهتم المعلم بتقنيات السرد وتحديد السياقات ذات الصلة، إن القصص التاريخية أداة للتحدث عن الرياضيات في مصطلحات عامة، والذي يجعل من القصص عن الرياضيات سهلة الوصول إلى الطلبة حتى لو كانت الرياضيات نفسها ليست كذلك، لأن القصص عن تاريخ الرياضيات تستخدم على وجه الخصوص كمواد تاريخية تؤدي إلى فهم عميق وتقدير للرياضيات، ومن خلال تبادل الحكايات التاريخية عن الاكتشافات ننمي التفكير الناقد لدى الطلبة عن طريق التعبير عن فهمهم الخاطئ وطرح الأسئلة وعمل المخاطر.

(Goral& Gnadinger, 2006; Henke et al. 2009, unpublished; Goodwin, 2010; Gulikers& Blom, 2001 in Yee&Chapman, 2010; Radford; 1997; Chamany, 2008; Fried, 2008- b)

فوائد المنحى التاريخي (تاريخ الرياضيات) في تدريس الرياضيات:

ذكر فوفيل وفان مانين (Fauvel& van Maanen, 2002) أن هناك ثلاث أفكار عامة مناسبة لوصف أثر تدريس تاريخ الرياضيات ومنها المصادر الأصلية، وهي:

1. التبديل: دمج التاريخ في الرياضيات يستبدل التقليدي العادي بأشياء مختلفة، يسمح لنا أن نرى الرياضيات كنشاط فكري، بدلاً من جسم معرفي أو مجموعة تقنيات.
2. إعادة التوجيه: دمج التاريخ في الرياضيات إحدى صعوبات التصورات من خلال جعل المألوف غير مألوف، والحصول على السيطرة على النصوص التاريخية يمكن أن يسبب لنا إعادة توجيه في كثير من الأحيان ما يحدث في التدريس هو أن المفاهيم تظهر كما لو أنها قائمة بالفعل، والمفاهيم تتم معالجتها دون أي فكرة عن نشأتها، والتاريخ يذكرنا أن المفاهيم تم اختراعها وهذا لم يحدث من تلقاء نفسه.

3. إدراك الثقافة: دمج التاريخ في الرياضيات يدعونا إلى مكان تطور الرياضيات في النصوص العلمية والتكنولوجية الخاصة لزمان معين وتاريخ الأفكار والمجتمعات.

ولتمكين الطلبة من فهم أفضل للغة الرياضيات والمفاهيم الرياضية وتقديرها، فإنه من الضروري تقديم توضيح للطلبة كيف تطورت اللغة والمفاهيم في التاريخ، وان إحضار تاريخ الرياضيات غلى الصف يقنع الطالب بأن الرياضيات نظام إنساني مستمر، ويوفر له تعلم أفضل للمفاهيم العلمية وزيادة الاهتمام والدافعية، وينمي اتجاهات إيجابية نحو العلم ويعد مدخلاً لفلسفة العلم، بالإضافة إلى فهم أهمية المجتمع للعلوم، فمن خلال تاريخ الرياضيات يتم تدريسها كنشاط عظيم موضوعاته لم تكتمل بعد، ولا زال يجري اكتشافها حتى اليوم، وبذلك يشعر الطلبة بالإلهام وأنهم جزء من نشاط الاكتشاف وجزء من شيء ملهم وشيء كبير أكبر من مجرد تعلمه عن ظهر قلب أوتكراره، من خلال تاريخ الرياضيات نستطيع أنسنة دروس الرياضيات وتعزيز الثقة للطلبة، وربط الرياضيات بالتخصصات الأخرى وتعزيز التفكير الناقد لدى الطلبة فهم يفكرون في الموضوع بشكل أعمق وأكثر عمومية (Yee& Chapman, 2010; Goodwin, 2010; Solomon et al. 1992; Carter, 2006; Frederick, 2004)

حدد هوو (Ho, 2008) فوائد استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، وهي كما يلي: زيادة دافعية الطلاب وتنمية اتجاهات إيجابية لديهم نحو الرياضيات، والمساعدة في توضيح الصعوبات التي يواجهها الطلبة عند تحليل تطور الرياضيات، وتعزيز تنمية مهارات التفكير لدى الطلبة من خلال استخدام المشكلات التاريخية، والكشف عن الجوانب الإنسانية للمعرفة الرياضية، واستخدام حياة الرياضيين كمنصة لتقديم الاخلاق الجيدة مثل الاخلاص، والاجتهاد والتصميم، وتوفير دليل لمعلمي الرياضيات يساعدهم على تصميم دروسهم، وصقل المعرفة للمحتوى الرياضي، وتطوير قدرات التفكير الرياضي: المفاهيم، والمهارات، وحل المشكلات، والتمسك ببعض المعتقدات والفلسفة نحو الرياضيات، وتنمية الاعجاب بجمال وقوة الرياضيات، وجذب الاهتمام الحقيقي والاستمتاع بالرياضيات، وبناء الثقة في استخدام الرياضيات، وغرس روح المثابرة في حل المشكلة كجزء من التدريب الرياضي.

ذكر وجيه (2005) فوائد دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، ومنها: يساعد الطلبة على إعطاء معنى ومغزى للرياضيات، ويقلل خوف الطلبة من الرياضيات وتعلمه، ويشجع

على العمل الصعب، وعلى عدم اليأس من حل مسائل ونظريات صعبة، ويفسر أصول اللغة الرياضية، ويساعد المعلمين على فهم أسباب عدم فهم الطلاب لمواضيع معينة بسرعة، ويربط ما بين الفروع المختلفة للرياضيات من جهة وبين الرياضيات وعلوم أخرى من جهة، وهو حلبة نستطيع من خلاله التوصل إلى معرفة أفضل للمركبات العاطفية المتعلقة بتطور الرياضيات.

إن توجيه الطلبة من خلال تطوير الأفكار يمكن أن يساعدهم على إعادتهم وتجريبهم مما يثيرهم ويشوقهم للفهم، فهم يشعرون بالكيفية التي يتم فيها خلق الأفكار، الأمر الذي يقودهم للشعور بالثقة بالنفس وبالكفاءة الذاتية والرغبة في مواصلة التعلم، فتاريخ الرياضيات يمكن أن يكون أداة قوية لمساعدة الطلبة على أن يصبحوا متعلمين للعلم ومتعلمين مدى الحياة، واستخدام تاريخ الرياضيات يجعل المعلمين أكثر قدرة على دعم تعليم طلابهم في مواقف متنوعة، الأمر الذي يؤثر على تعليمهم (van Amerom, 2002; Fauvel& Maanen, 2002)

يضيف N.N (2001) إلى فوائد تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات ما يلي:

1. وسيلة فعالة لتحفيز الطلبة على التعلم.
2. الدمج الحقيقي لتاريخ الرياضيات في دروس الرياضيات يحفز الإبداع لدى الطلبة والاهتمام بتعميق فهمهم الرياضي.
3. تاريخ الرياضيات مليء بالحالات العاطفية التي تندمج في تعليم الرياضيات، والتي تجذب اهتمام الطلبة وتثير حب الاستطلاع لديهم.
4. دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات أظهر تحسين تصور الطلاب والمعلمين حول الموضوع، وكذلك على اتجاهاتهم وحماسهم نحو الموضوع.
5. دراسة تاريخ الرياضيات ودمجه في الصف يساهم في تعديل معتقدات المعلمين حول الرياضيات، وتعلم الرياضيات وتعليمها نحو المزيد من المنظور البنائي.
6. ليس الاتجاهات فقط تتحسن، وإنما يعمل على تقليل خوف الطلاب المعتاد من الرياضيات، ففي الواقع الطرق التقليدية تؤدي الى تجزئة الرياضيات، الأمر الذي يقود الطلبة إلى إدراك الرياضيات على أنها مجموعة غير مفهومة من القواعد والقوانين.

7. من خلال دراسة تاريخ الرياضيات ودمجه بالشكل السليم في تدريس الرياضيات يصبح المعلمون أكثر حساسية، وأكثر قدرة على فهم العقبات ومعالجتها، التي تواجه طلابهم في أثناء تعلمهم العديد من المفاهيم الرياضية والإجراءات.
8. من خلال تاريخ الرياضيات، يشعر الطلاب أنهم ليسوا وحدهم عندما يواجهون العديد من المشاكل أثناء عمليات تعلمهم للرياضيات.
9. التدريس الذي يتميز بالدمج التاريخي يسمح للطلاب بالتعرف إلى المعرفة الثقافية والسياسية والاجتماعية والاقتصادية في سياق تطور الرياضيات، والأدوار المهمة التي لعبتها العديد من الثقافات المميزة والمختلفة في تطور الرياضيات.
10. يساعد الطلبة على إدراك أن المفاهيم التي يتعاملوا معها في صفوفهم وفي كل يوم من حياتهم، وكذلك العديد من الطرق التي يستخدمونها اليوم في حل مشكلات كانت موجودة منذ فترة طويلة.

ويرى كارتر (Carter, 2006) أن تاريخ الرياضيات يوفر فرصاً لا حدود لها لتزويد الطلبة الموهوبين والمتفوقين بأنشطة مثيرة، وكذلك توفير العديد من الفرص للطلبة مع وجود اختلافات تعليمية في فهمهم للرياضيات.

واستخدام تاريخ الرياضيات في الفصول الدراسية ليس بالضرورة أن يحصل الطلبة على درجات عالية في الموضوع بين ليلة وضحاها، وإنما يجعل تعلم الرياضيات ذا معنى وتجربة حيوية، والذي من شأنه أن يجعل التعلم أسهل وأعمق، والوعي بالجانب التطوري للرياضيات يمكن أن يجعل المعلم أكثر صبراً وأقل تعقيداً وأكثر إنسانية وأقل تدقيقاً، ويحثه ليصبح أكثر تأملاً وأكثر حرصاً على التعلم والتعليم (Siu, 2000).

صعوبات دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات:

يرى فريد (Fried, 2008-a) أن دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات له مشكلات عملية ومشكلات نظرية، المشكلات العملية تتمثل فيما يلي:

1. تقديم تاريخ الرياضيات في الصف يتطلب اختيار موضوعات تاريخية ذات علاقة.
2. إنتاج مواد تعليمية.
3. إيجاد مجال لدراسة التاريخ في مناهج الرياضيات الموجودة.

أما المشكلات النظرية لدمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات فتتمثل فيما يلي:

1. إختيار المواد التاريخية وتقديمها يتطلب من معلمي الرياضيات تلبية احتياجات المناهج التعليمية، التي توجه عموماً باتجاه تعلم هذا النوع من الرياضيات اللازم للعلوم والصناعة هذه هي الرياضيات الحديثة ويجب أن يتم تصفيتها من التاريخ حتى تحقق الأهداف السابقة، مما يجعل التاريخ أداة تستخدم بدلاً من الموضوع الذي يجب دراسته.
2. الوقوع في موقف (Whiggist)، وهو موقف يتم فيه الاهتمام بالدقة التاريخية بدلاً من المنحى التاريخي.
3. الالتزام في استخدام تاريخ الرياضيات في التدريس، وقضاء الوقت في الأفكار الرياضية والفلسفية التي ليس لها علاقة وغير مناسبة عموماً لمناهج الرياضيات.

وفقاً للـــ NCTM فإن تاريخ الرياضيات لا يعمل وحده كأداة تدريس ما لم يتم استخدام:

1. أهداف واضحة يمكن تحقيقها في تقديمها.
2. خطة مدروسة بشكل عميق لاستخدامه لتحقيق هذه الأهداف.

الهدف ليس تقديم تاريخ الرياضيات نفسه، ولكن استخدامه لتحقيق الأهداف المحددة في الغرفة الصفية، كما نص الـــ NCTM على أن العمر وخلفية الطلبة وبراعة المعلم تحدد طريقة استخدام الرياضيات التاريخية (Carter, 2006).

تدريس تاريخ العلم يواجه العديد من المشاكل ومنها:

1. لا يوجد وصفٌ محددٌ للمعرفة العلمية تتعلق بتاريخ العلم.
2. لا يوجد إطار مفاهيمي يوضح استراتيجيات التعلم والتعليم لتاريخ العلم.
3. فهم المعلم للمحتوى وطرق التدريس ضعيف.

(Bybee et al. 1991)

ويواجه دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات العديد من الاعتراضات منها كما حددها N.N (2001):

1. تاريخ الرياضيات ليس رياضيات.
2. تاريخ الرياضيات قد يربك الطلبة بدلاً من مساعدتهم على فهم أفضل للموضوع.
3. نقص التوجيهات للمعلمين بكيفية دمج المكونات التاريخية في تقييم طلابهم وقلقهم المتزايد نحو فحص علامات طلابهم، الأمر المشترك مع أولياء الأمور.
4. دمج تاريخ الرياضيات في تعليم الرياضيات يحتاج إلى وقت طويل.
5. نقص عام في المصادر المستخدمة في الغرفة الصفية.
6. الغالبية العظمى من المعلمين يفتقرون الى المعرفة والخبرة في تاريخ الرياضيات، وكيف يمكن دمجه في تعليم الرياضيات.
7. شخصيات المعلمين وحماسهم ورغبتهم في ترك مناطق الراحة والسلامة المهنية وتحديد كيفية دمج تاريخ الرياضيات في الغرفة الصفية.
8. تعليم تاريخ الرياضيات مهمة صعبة تحتاج إلى عناية في اختيار تاريخ الرياضيات الذي له صلة على حد سواء مع تطور معرفة المعلم بالإضافة إلى دمجه في الغرفة الصفية.
9. السبب الآخر لعدم دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات هو أن الكتب المدرسية في العادة تعالج تاريخ الرياضيات بشكل يقتصر على الإدراج، وليس الدمج للملاحظات التاريخية: بشكل عام السير الذاتية في نهاية كل فصل هذه الحقيقة تدفع المعلمين إلى النظر لتاريخ الرياضيات على أنه مفصول عن مناهج الرياضيات.

لنأخذ مثلاً مشكلة الوقت فإن أفيتال(Avital) يقول بهذا الصدد: " قد يقول المعلمون أين أجد الوقت الكافي لتدريس التاريخ؟ وأفضل إجابة عن هذا السؤال هي: أنت لست بحاجة إلى وقت إضافي فقط أعطي المشاكل التاريخية المتعلقة بشكل مباشر في المواضيع التي تدرسها، تقول من أين أتت؟ وتدفع الطلبة الى قراءة تاريخها بنفسهم"، ويرى فريد (Fried, 2008-b) للإجابة عن سؤال المعلمين: أين أجد الوقت الكافي لتدريس التاريخ؟ هناك استراتيجية اسمها "التكييف" وهي تستخدم التطور التاريخي في شرح واحدة من التقنيات أو فكرة أو تنظيم الموضوع وفقاً للمخطط التاريخي فهذه الاستراتيجية تجد الوقت الكافي من خلال الاقتصاد في الوقت (Fried, 2008- b).

وحدد سيو (Siu, 2007) قائمة من العوامل السلبية التي يراها معلمو الرياضيات لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات شملت حوالي 16 عاملاً، وهي:

1. ليس لدي الوقت الكافي لتاريخ الرياضيات في الصف.
2. هذا ليس رياضيات.
3. كيف نضع أسئلة عليه في الامتحان.
4. لا يمكن أن يحسن من درجة الطالب.
5. الطلبة لايحبونه.
6. الطلبة يعتبرونه تاريخاً، والطلبة يكرهون التاريخ.
7. الطلبة يعتبرونه مملاً تماماً، كما يعتبرون موضوع الرياضيات نفسه.
8. ليس لدى الطلبة ما يكفي من المعرفة العامة حول الثقافة لكي يقرأوا تاريخ الرياضيات.
9. التقدم في الرياضيات هو جعل المشاكل الصعبة روتينية، فلماذا نكلف نفسنا العناء بالنظر إلى الوراء؟.
10. هناك نقص في المواد المادية في تاريخ الرياضيات.
11. هناك نقص في تدريب المعلمين في تاريخ الرياضيات.
12. أنا لست مؤرخاً محترفاً في الرياضيات، فكيف يمكنني التأكد من دقة الشرح؟.
13. ما حدث فعلاً قد يكون شاقاً ومتعرجاً نوعاً ما، وإخباره قد يسبب الحيرة والخلط لدى الطلبة بدلاً من تنويرهم.
14. هل قراءة النصوص الأصلية تساعد فعلاً، والتي هي مهمة صعبة جداً؟.
15. هل من شأنها أن تولد التعصب الثقافي والقومية الصفية؟.
16. هل هناك أي دليل تجريبي على أن الطلبة يتعلمون بشكل أفضل عندما يتم إستخدام تاريخ الرياضيات في الصف؟.

ويرى وجيه (2005) أنه عندما نتحدث عن الوقت الطويل الذي استغرقه حل بعض المسائل الصعبة أو برهان بعض النظريات فقد يقول الطلبة لأنفسهم: إن كان حل المسائل الصعبة استغرق كل هذا الوقت من قبل علماء الرياضيات فهل لدينا نحن أمل بحل هذه المسائل؟ وهنا

يجب أن نلفت انتباه الطلبة إلى أن حل هذه المسائل وفر لنا طرقاً لحل مسائل شبيهة بها ومسائل معتمدة عليها، وهو المطلوب منا بشكل عام في المرحلة المدرسية.

دور المعلم في دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات:

معتقدات المعلمين حول طبيعة الرياضيات وتعلم الرياضيات وتعليمها، يؤثر بشكل عميق حول رغبتهم في دمج تاريخ الرياضيات في تدريسها، وفي الواقع إذا تم النظر إلى الرياضيات على أنها معرفة ثابتة ومنتهية، وتم النظر إلى تدريس الرياضيات على أنه نقل للمعرفة من المعلم إلى الطالب عندها لا يكاد أن يكون هناك مجال لدمج تاريخ الرياضيات في تعلم الرياضيات وتعليمها (N.N, 2001).

ولكي نجعل تاريخ الرياضيات فعالاً نحن بحاجة إلى معلمين قادرين على خلق بيئات مناسبة للتعلم، الأمر الذي يتطلب من المعلمين إكتساب الفهم المناسب للاختلافات بين التخلق ونشوء وتطور السلالات والتطورات والحفاظ على موقف حاسم اتجاه آرائه الخاصة، وهذا يتطلب من المعلمين أن يكونوا مرتاحين بما فيه الكفاية في التعامل مع الجوانب المعرفية والتاريخ (Furinghetti& Radford, 2008).

يرى فان أميروم (van Amerom, 2002) أنتاريخ الرياضيات يوفر فرصة الحصول على رؤية أفضل للرياضيات، فعندما يتغير إدراك المعلمين وفهمهم للرياضيات فإن ذلك يؤثر على طريقة تدريسهم، وبالتالي يتم تغيير النظرة التي ينظرون بها إلى الطلبة، ومعلومات المعلم بشأن تطور المواضيع الرياضية يسهل عملية الشرح وإعطاء الأمثلة للطلبة، فالمعرفة التاريخية تزود المعلم بنظرة أكثر تعمقاً في المراحل المختلفة للتعليم، لذلك يجب على المعلم إذا اختار دمج تاريخ الرياضيات في تدريسه للرياضيات فإنه يجب أن يراعي ما يلي:

1. يجب أن يفعل ذلك في طريقة يحترم بها تاريخ الرياضيات.
2. يجب أن لا يكون هناك تشويه أو انحراف للتاريخ، لكي يناسب في النهاية رغبات المعلم.

يرى باجني (Bagni, 2004) أنه لكي يستطيع المعلم دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات بالشكل المناسب يجب أن يتم أخذ الأمور التالية بعين الاعتبار في تعليم المعلمين في الكليات:

1. تاريخ الرياضيات يمكن أن يكون توجهاً قيماً لبناء المناهج على سبيل المثال: عادة يكون المساق الأول في التحليل يقدم في الترتيب التالي:

   مجموعات، اقترانات ← حدود (المحددات) ← المشتقات (التفاضل) ← التكامل.

   من حيث التطور التاريخي يقع في العكس:

   ديكند، كنتور ← كوتشي ← نيوتن، ليبنز ← أرخميدس وكلبرت وفيرمات

   الدورات التدريبية للمعلمين تمكنهم من مقارنة مختلف المناهج، والإشارة إلى الصعوبات والاختلافات في مختلف المناهج.
2. عقد دورات تدريبية للمعلمين تمكنهم من مقارنة مختلف المناحي للمفهوم نفسه من خلال استخدام المصادر الأصلية أيضاً، والإشارة إلى المستويات المختلفة للصحة الرسمية التي تعكس في وجهة نظرنا الحديثة.
3. النظم التي يتم تعليم معلمي الرياضيات بها معزولة عن المعرفة الرياضية، والكفاءة التربوية والمهارات التربوية والمعرفة التاريخية ليست موجودة، لذلك يجب ان تتضمن في الدورات التدريبية لمعلمي الرياضيات قبل الخدمة.
4. من الضروري تنمية التكامل المعرفي (المعرفة التكاملية) : دور التاريخ في التعليم يجب أن ينظر إليه باعتباره واحداً من مكونات تعليم المعلمين، والافتراضات المعرفية الصريحة تمنح الاتصال بين المحتويات الرياضية والعناصر التاريخية واستخداماتهم التعليمية.
5. يجب ربط المنظور التاريخي الثقافي الاجتماعي بالأهداف العامة للتعليم.

أهمية المنحى التاريخي في تدريس المواد العلمية:

يرى عدس (2004) أن أهمية المنحى التاريخي في تدريس المواد العلمية تتمثل من خلال تحقيقه لجملة من الأبعاد الهامة لتعليم المواد العلمية وتعلمها وهذه الأبعاد هي:

البعد العاطفي (Emotional Dimension) الذي يشتمل على زيادة انتباه الطلبة للدروس التي يتلقونها في غرفة الصف، وتنمية اتجاهاتهم نحو العلم وتنمية دافعيتهم، وزيادة اهتمامهم، وهذه بمجملها تشكل عناصر هامة في تدريس المواد العلمية والتعلم الأفضل لمفرداتها.

البعد المعرفي (Cognitive Dimension) فهو يحقق إسهامات واضحة في جعل الطلبة يتأملون مفاهيمهم البديلة (المفاهيم غير المقبولة علمياً)، والقيام برحلة تنقلهم من الفهم الساذج للمفهوم إلى الفهم الحالي، وبهذا يتحقق أيضاً الفهم المناسب للمحتوى العلمي، كما ينمي المنحى التاريخي قدرة الطلبة في حل المشكلات التي واجهتهم، كما يسهم بالارتقاء بطرائق التدريس من خلال تزويد المعلمين بالمواد التدريسية لدعم تعليم طرائق العلم وتعلمها كأداة لتطوير المهارات المعرفية.

البعد الثالث الذي يحققه المنحى التاريخي هو فهم الطلبة للتفاعلات بين العلم والمجتمع (science society interactions) من خلال إظهار التاريخ للعلاقة بينهم، وكيف تؤثر التطورات العلمية في المجتمع، وذلك من خلال جملة من التفاعلات الهامة التي يجب أن يكون الطلبة على وعي تام بها، أولها: التفاعل الأخلاقي (Moral interaction) فمن خلال عرض الحالات التاريخية التي تظهر بوضوح أن من الاكتشافات العلمية ما يكون بها إسهامات بناءة ومنها ما يكون له إسهامات مدمرة للمجتمع الإنساني.

والتفاعل الثاني هو التفاعل النفعي (Utilitarian interaction)، فتاريخ العلم يقدم أمثلة مادية للمشروع العلمي التي تسهم في تحقيق التنوير العلمي، في زمن أصبحت تتشكل فيه مخرجات العلم جزءاً هاماً في حياة الفرد اليومية (الهاتف الخلوي، والإنترنت).

والتفاعل الثالث هو التفاعل الديموقراطي(Democratic interaction) فالمشكلات العلمية تشكل جزءاً هاماً من تاريخ العلم المعاصر وتتطلب من أن يكون للفرد رأيُ حولها.

والتفاعل الرابع هو التفاعل الثقافي(Cultural interaction) الذي يظهر واضحاً من خلال جعل الطلبة يقدرون الاسهامات العلمية المختلفة عبر التاريخ.

البعد الرابع الذي يسهم فيه تاريخ العلم في تنميته، بعد طبيعة العلم Nature of science Dimension، وذلك من خلال إسهاماته في فهم طبيعة المحتوى العلمي، فتاريخ العلم يسهل الاستخدام الفعال لمفاهيم، مثل: التفسير، والتجارب، وذلك من خلال فهم الطالب لخلفية هذه المفاهيم التي يقدمها تاريخ العلم.

ويبين عقيلان (2000) أن دراسة التطور التاريخي للعلاقة بين التفكير البشري وبين الرياضيات لها أهمية خاصة بالنسبة للمعلم للأسباب التالي:

- يدرك المعلم كيف تطورت الأفكار الأساسية في الرياضيات وكيف تخطت المراحل التي صادفتها أثناء ذلك التطور.
- تعطي المعلم فهماً أعمق للأفكار الرياضية كما تعطيه إدراكاً أكثر بطرق اكتساب الطلبة تلك الأفكار، وبالتالي يصبح المعلم أكثر تصوراً لأسلوب انتقال الأفكار الرياضية في مراحل تطور نمو الطالب، وارتقاء مستوى تفكيره.
- يعطي المعلم فكرة عن كفاح الانسانية على مدى العصور لتطوير هذا العلم وتطور التفكير الإنساني، والرقي به في مراحل على مر العصور المختلفة، ويعطيه فكرة أيضاً عن مدى الارتباط الوثيق للرياضيات بالإنسان، فهي علوم إنسانية أوجدها الانسان وطورها واستخدمها كأداة لحل مشكلاته ومشكلات مجتمعه.
- إن دراسة التطور التاريخي للرياضيات توضح الدور الأساسي الكبير الذي قامت به الحضارت التي ارتبطت يوما ما بأرضنا العربية، وساهمت في هذا التطور تجعل النشء يحب الرياضيات، ويُقبل على دراستها ويدرك أهميتها، وإن الرياضيات حسب أنصارها هي ملكة العلوم ومرآة الحضارة، حيث أصبحت لغة العصر وأسلوب تقدم معظم العلوم إن لم يكن معظمها.

أمثلة على استخدام المنحى التاريخي في الرياضيات:

مثال (1): يستخدم كل من قَ(س)، و $\frac{\text{دس}}{\text{دق}}$ للدلالة على المشتقة الأولى للاقتران في كثير من الكتب المدرسية، الأمر الذي يسبب الإرباك للطلبة، ولذلك يمكن استخدام المنحى التاريخي في تدريس هذه الدلالات، فالمطبوعات الرياضية الأصلية التي كتبها(Gottfried Wihhelm von Leibniz) المعروف باسم ليبنز و (Joseph Louis Lagrange)المعروف باسم لاجرانج، وضحت أنه تم استخدام $\frac{\text{دس}}{\text{دق}}$ من قبل ليبنز بينما قَ(س) استخدمت من قبل لاجرانج، وهو ما يمثل انتشار هذه الرموز في الأعمال الحالية على حد سواء، وبالتالي فإن استخدام المنحى التاريخي في الرياضيات يوفر وسيلة لتوضيح سوء فهم الطلاب للغة الرياضية (Yee& Chapman, 2010).

مثال (2): يرى دينز(Dennis, 2000) أن البيئات الاجتماعية والسياسية أثرت في تطوير المفاهيم الرياضية، فعند النظر في أعمال فيرمات وديكارت ووضع نشأة أفكارهم في البيئة الثقافية والنظر في الفروق بين نهجهما في الرياضيات في ضوء المواقف الاجتماعية:

فيرمات ولد في عائلة ثرية في لانغدوك، كان والده تاجر جلود، ثروته زادت فأراد أن يترجم وضعه المالي الى سلطة سياسية واختار مهنة المحاماة لإبنه فيرمات، وفي ذلك الوقت درس فيرمات القانون في الجامعة، بعد تخرجه اشترى له والده مكتباً، وأصبح عضواً في النبلاء، وبدأت تحقيقات فيرمات الرياضية بشكل جدي عندما تولى منصبه.

ولد ديكارت في عائلة من طبقة النبلاء القديمة، ودرس الهندسة العسكرية والقانون في المدرسة اليسوعية، ولأنه ليس الابن الأكبر لذلك أخذ المهنة العسكرية، وشارك في العديد من الحملات مع الجيوش الهولندية والفرنسية، وبعد حصول ديكارت على ما يكفي من ثروة كمرتزقة عاش في بيئة متواضعة، وأمضى ما تبقى من حياته في بناء مخططات كبيرة لإنشاء نظام علمي وفلسفي جديد، والذي يلعب التجريد الرياضي دوراً رئيساً فيه.

لذلك يمكن تفسير العديد من الجوانب المختلفة لمنهجهما في الهندسة التحليلية من خلال النظر إلى خلفيتهم الاجتماعية ومقاصد هذين الرجلين، وجهة نظر ديكارت تبقى دائماً أساساً في الميكانيكا والهندسة، كما أنه يشعر بالقلق في العلاقة بين الرياضيات الخاصة به وبين الهندسة القديمة والفلسفة التقليدية، ولكن المشاكل التي اختارها والاستعارات التي اختارها لوصفها لابد أن تكشف عن خلفيته العسكرية على سبيل المثال يصف ظاهرة الانكسار من خلال وصف كسر كرة مدفع عبر قطعة قماش ممدة بإحكام.

فيرمات كان موظف حكومي لقد بدأ مهنته عن طريق سلسلة من الحجج بشأن تحصيل الضرائب والمالية السياسية، وحججه القانونية كانت رياضية ومهملة إلى حد كبير لأن عدداً قليلاً من الناس يفهمونها، وكان يريد وسيلة لعرض العلاقات العددية المعقدة، وأبحاثه الرياضية خلقت مفهوم الرسوم البيانية كعرض مرئي لنظرية الأعداد، وليس من المستغرب في هذا السياق أن يطور أول خوارزمية فعالة لحل مشاكل الحد الأدنى والحد الأعلى، وفيرمات وصف إنكسار الضوء كما يعتقد كالبحث عن المعلومات في مسار أكثر كفاءة.

مثال (3): يبين جابر وكشك (2007) أنه يمكن عرض موضوع الاحتمال من خلال قصة ظهور أسلوب (البرهان والقرعة) مع بداية ظهور الدولة الرومانية على الساحة السياسية، ويمكن طرح نصوص تُظهر إشكالات رياضية في عصر ما وتكليف الطلاب القيام بأنشطة بحثية استقصائية حولها ومثال على ذلك مفارقات اللانهاية... كما يمكن توجيه الطلاب للبحث في السير الذاتية لعلماء الرياضيات كالطوسي، وثابت بن قرة، وفيرمات...

مثال (4): حدد فيرنغيتي ورادفورد (Furinghetti& Radford, 2008) طريقة نستخدم فيها المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، وهي لعبة الصدى، فالهدف الرئيسي منها هو أن يردد الطلاب صدى أصوات الرياضيين القدماء، أي أن يكون الطالب صدى للعلماء، ومن خلال عملية الصدى (ترديد صوت العلماء الرياضيين) الطلبة يجلبون شخصيتهم الفردية وخلفيتهم الثقافية لبناء أصوات العلماء القدماء.

مثال(5): ذكر هوو (Ho, 2008) المثال التالي لاستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات حول ظهور العدد الخيالي " i" وهو:

سؤال: هل تعتقد أن الظهور التاريخي لـــ " i " كان من:

1. دراسة المعادلات التربيعية.
2. دراسة المعادلات التكعيبية.

علماء الرياضيات الأوائل مثل: فونتي، وترتجلي، وكاردانر وجدوا أنه لا مفر من استخدام الأرقام الخيالية والقوانين لحل الجذور الحقيقية للمعادلات التربيعية والتكعيبية.

3.1.2. المفاهيم وتدريسها:

تشكل المفاهيم القاعدة الضرورية للسلوك المعرفي عند الانسان، كالمبادئ والقوانين وحل المشكلات، والمفاهيم جزء أساسي من أجزاء المعرفة الإنسانية، وتعد هدفاً تربوياً مهماً في مراحل التعلم والتعليم في المجتمعات الانسانية جميعها، بل إن بعض الباحثين في هذا المجال يرون أن تعلم المفاهيم هدف وغاية أساسية من غايات التربية في كافة مراحلها ومستوياتها(الحيلة، 2003).

وتشكل مهمة إكساب المفهوم جزءاً رئيسيً من عملية التعليم داخل غرفة الصف، حيث يقوم المعلمون وبشكل مستمر بتعليم مفاهيم جديدة ومتنوعة للطلبة تتباين في عرضها وطرقهم وأساليبهم حتى أن التباين قد يحدث لدى نفس المعلم في عرض مفهومين مختلفين لنفس الصف (أبو زينة، 2005).

إن تعلم المصطلحات والمفاهيم الخاصة بالمادة التي يدرسها التلميذ ضروري للنجاح في الدراسة، وإن حفظ الكلمات دون معناها حفظاً صماً هو خطأ شائع يرجع إلى سوء التدريس، هذا في المجال الدراسي، أما في المجال الاجتماعي فإن الاتصال والتفاهم مع الآخرين يستلزم وجود مفاهيم عامة مشتركة، وتؤدي المفاهيم الخاطئة إلى تفكير خاطئ سواء أكان ذلك في المجال الدراسي أو في المجال الاجتماعي، حيث أنه سيؤدي حتما إلى سوء التفاهم مع الأخرين، وما يحدد المجال –أي مجال– إنما مفاهيمه باعتباره نتاج لخبرة الإنسان في هذا المجال أو ذاك، وهي على وجه أكثر تحديداً: فئات من الخبرات تم تجريدها وتشكيلها مرحلياً من خبرة عقلية تعلمها الانسان خلال مساره في الحياة (زكريا وآخرون، 2008)

ويرى دينز وبياجيه أن تعلم المفاهيم يشكل أهمية كبيرة، ويتم خلال مراحل ذهنية متتالية، حيث يشير بياجيه الى تعلم المفهوم بأنه قدرة المتعلم على الاستجابة لمثيرات تبدو مختلفة باستجابة واحدة، وذلك بإعطاء الاسم، أو الفئة، أو الصنف الذي تنتمي إليه هذه المثيرات (المقوشي، 2001؛ سعادة وإبراهيم، 2001).

تعريف المفهوم:

هناك العديد من التعاريف التي تحدد معنى المفهوم فقاموس التربية يذكر المعانيالآتية للمفهوم:

1. فكرة أو تمثيل للعنصر المشترك الذي يمكن بواسطته التمييز بين المجموعات أو التصنيفات.
2. أي تصور عقلي عام أو مجرد لموقف أو أمر أو شيء.
3. فكرة أو رأي أو صورة عقلية.

(لبيب، 1982؛ المقوشي، 2001)

ويعرف الشارف (1996) المفهوم أنه عبارة عن صورة ذهنية "مجردة" تكونت لدى الفرد كنتيجة لتعميم خواص وصفات مشتركة بين مجموعة من العناصر، ويرى زيتون (2005) أن المفهوم العلمي هو ما يتكون لدى الفرد من معنى وفهم يرتبط بكلمة "مصطلح" أو عبارة معينة، وعرفه أبو زينة (2005) بناء عقلي أو تجريد ذهني، فهو الصورة الذهنية التي تتكون لدى الفرد نتيجة تعميم صفات وخصائص استنتجت من أشياء متشابهة على أشياء يتم التعرض إليها فيما بعد.

يعرف زكريا وآخرون (2008) المفهوم بالمعنى الاصطلاحي هو مجموعة الصفات والخصائص التي تحدد الموضوعات التي ينطبق عليها اللفظ، تحديداً يكفي لتمييزها عن غيرها من الموضوعات، والمفهوم بلغة المنطق يعني كل فكرة عامة أو قابلة للتعميم في مثل مفهوم الزمن والمكان، وهو معنى مجرد يشتمل على خصائص كلية، وهو ثمرة تصورات مستمدة من الحس والواقع، وعليه يقوم المنطق، أما عند علماء النفس فقد حاولوا النظر الى المفهوم على أساس بنائه، أي كيف يتكون المفهوم في الذهن عن طريق الإدراك الحسي ثم التعميم والتجريد، وبذلك هو عندهم أقرب إلى معنى التصور.

يختلف العلماء عادة في تعريف المفهوم، ومنهم من يرى أن المفهوم فكرة أو تمثيل للعنصر المشترك الذي يمكن من خلاله التمييز بين المجموعات أو التصنيفات المختلفة، وهو

انتقال الطالب من تعلم البسيط إلى أشكال أكثر تعقيداً كالاستدلال وحل المشكلات وغيرها، فالمفهوم يشير إلى مجموعة من المظاهر والصفات التي تشترك فيما بينها بخاصية عامه أو أكثر، وترتبط بقاعدة معينة (الحيلة، 2003).

إن أهم ما يميز الرياضيات في أيامنا هذه أنها ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة أو مهارات، بل هي أبنية محكمة يتصل بعضها ببعض اتصالاً وثيقاً، حيث تكون في النهاية بنياناً متكاملاً قوياً واللبنات الاساسية لهذا البناء:

أ) المفاهيم الرياضية.
ب) المبادئ والتعميمات الرياضية.
ج) المهارات الرياضية والخوارزميات.
د) حل المسألة الرياضية.

ومنها يعتبر المفهوم الرياضي الأساس لكل مكونات المعرفة الرياضية حيث يعتمد باقي مكونات المعرفة الرياضية على المفاهيم اعتماداً كبيراً في تكوينها واستيعابها واكتسابها (عقيلان، 2000).

وتدريس المفاهيم الرياضية يتطلب الاهتمام والتركيز على تدريس البنية الرياضية، حتى يستطيع الطالب استيعاب الأسباب المتضمنة في العمليات الرياضية، وتوضيح المفاهيم التي تربط بين عملية وأخرى، وخاصة إذا علمنا أن الرياضيات ما هي إلا نظام متحد من المفاهيم والعمليات التي توضح الأنماط والعلاقات التي توجد في العالم من حولنا (المقوشي، 2001).

حدد قطامي وآخرون (2002) مكونات المفهوم: يتكون المفهوم من مجموعة من العناصر تميزه عن غيره، وهي:

1. اسم المفهوم ويشير الى ما ينتمي اليه المفهوم وما يدل عليه.
2. الأمثلة واللأمثلة.
3. الصفات المميزة وغير المميزة.
4. الخصائص العامة حول الشيء.
5. قاعدة المفهوم.

ويرى الحيلة (2003) أن المفهوم ينطوي على ظاهرتين لا بد منهما: صفات المفهوم العلاقية وقواعده، فالصفات تشير إلى المظاهر أو الخصائص العلاقية (الخصائص الحرجة للمفهوم)، فمثلاً يتضمن مفهوم المثلث صفة علاقية واحدة، وهي تشتمل على ثلاثة أضلاع وهي (صفة المثلث) وما عدا ذلك من صفات كالحجم واللون ونوع الزوايا المحصورة بين الأضلاع فهي صفات غير علاقية (غير أساسية ثانوية)، أما قواعد المفهوم فتشير الى تنظيم هذه الصفات العلاقية، هنالك خمس قواعد أساسية تنظم صفات المفهوم العلاقية، وهي:

1. قاعدة الاثبات: وتشيرهذه القاعدة إلى أن الشيء المعين يكون مثالاً على المفهوم في حالة إنطباق صفة علاقية معينة على ذلك الشيء، ففي حالة المفهوم "أحمر" فإن مجرد إثبات صفة اللون الأحمر على أي شيء مهما كان نوعه: (سيارة، أو قلم، أو كتاباً ...الخ) يكون ذلك الشيء مثالا على المفهوم، وعكس ذلك صحيح.
2. القاعدة الاقترانية: توضح هذه القاعدة إلى أن الشيء المعين لا يكون مثالاً على المفهوم إلا إذا اقترنت صفتان علاقيتان (أو أكثر) في ذلك الشيء المعين، مثال: المفهوم كروي "أحمر" يكون كل شيء تجتمع فيه الصفتان (أنه كروي وأنه أحمر معاً) مثالاً على المفهوم.
3. قاعدة التضمين الاقتراني: تبين هذه القاعدة إلى أن الشيء المعين يكون مثالاً على المفهوم إذا توفرت إحدى الصفات العلاقية في ذلك الشيء بصورة غير مقترنة معاً، بحيث تتوافر الصفة (أ) أوالصفة (ب) أو الاثنتان حتى يكون مثالاً على المفهوم، ومثال على ذلك أن نقول إن كل شيء أحمر أو كروياً مثالُ على المفهوم.
4. القاعدة الشرطية: تشير هذه القاعدة على وجوب توافر صفة علاقية إذا توافرت صفة علاقية أخرى حتى يكون مثالاً على المفهوم، وذلك على غرار الصيغة الرياضية إذا...... إذن......، كأن نقول إذا كان الشيء الذي نتحدث عنه أحمر، إذن يجب أن يكون كروياً حتى يكون مثالاً على المفهوم.
5. قاعدة الشرط المزدوج: تشير هذه القاعدة الى شرط تبادلي بين صفتين، بحيث إذا توافرت إحداهما فيجب أن تتوفر الأخرى حتماً حتى يكون الشيء مثالاً على المفهوم، ومثال على ذلك: أن نقول: إذا كان الشيء أحمرَ فيجب أن يكون كروياً، وإذا كان كروياً يجب أن يكون أحمر اللون حتى يكون مثالاً على المفهوم.

تصنيفات المفاهيم الرياضية:

صنف برونر ومعاونوه المفاهيم الرياضية إلى ثلاثة أصناف، وهي:

1. المفاهيم الربطية Conjunctive concept : وهي التي يستخدم فيها أداة الربط (و)، أي يجب أن توفر أكثر من خاصية واحدة في الاشياء التي تقع ضمن إطار المفهوم كمفهوم المعين، وهي المفاهيم التي تعرف بمجموعة من الخواص المشتركة بين مجموعة من الاشياء أو المواقف.
2. المفاهيم الفصلية Disconjunctive concept : وهي المفاهيم التي يستخدم فيها أداة الربط (أو)، أي التي تتوفر فيها خاصية واحدة من بين عدة خصائص أو صفات مذكورة، مثل مفهوم " العدد الصحيح غير السالب " فنقول مثلا هو عدد صحيح موجب أو صفر، وتتميز هذه المفاهيم بأنها تعرف بمجموعة من الخواص المتباينة بين مجموعة الأشياء أو المواقف.
3. المفاهيم العلاقية Relational concept : وهي المفاهيم التي تشتمل على علاقة معينة بين الأشياء كمفهوم "أكبر من"، فهي المفاهيم التي تتضمن علاقات.

(أبو زينة، 2005؛ لبيب، 1982؛ الشارف، 1996، زيتون، 2005؛ زكريا وآخرون، 2008)

أنواع المفاهيم الرياضية:

يقول عقيلان (2000) أن هناك أنواع عديدة ومختلفة للمفاهيم الرياضية ويوجز منها ما يلي:

1. المفاهيم الحسية والمجردة: حيث أن المفاهيم الحسية تنتمي الى مجموعة الأشياء المادية والتي يمكن ملاحظتها وقياسها، مثل: مفهوم المسطرة، والفرجار، وغير ذلك، بينما المفهوم المجرد هو مفهوم دلالي غير حسي وينتمي الى مجموعة الاشياء المجردة والتي لا يمكن ملاحظتها وقياسها، كمفهوم العدد النسبي، والاقتران، والنسبة التقريبية، ومعظم المفاهيم الرياضية هي مفاهيم مجردة.

2. المفاهيم المفردة والمفاهيم العامة: المفاهيم المفردة هي المفاهيم التي تنتمي الى مجموعات أحادية، أي تتكون من عنصر واحد مثل مفهوم عدد طبيعي، وعدد زوجي، واقتران تربيعي.
3. مفاهيم متعلقة بالإجراءات: وهي مفاهيم تركز على طرق العمل، كمفهوم: جمع الاعداد، وطرحها، وقسمتها، وضربها.
4. مفاهيم علائقية: وهي مفاهيم تشتمل على علاقة بين مفهومين أو أكثر، مثل: الكثافة.
5. مفاهيم معرفة: وهي مفاهيم قابلة للتعريف من خلال عبارة تحدد ذلك المفهوم.
6. مفاهيم غير معرفة: وهي مفاهيم غير قابلة للتعريف، حيث لا يمكن إيجاد عبارة تصف المفهوم وصفاً محدداً.

ويرى الشارف (1996) أن انواع المفاهيم الرياضية هي:

1. المفاهيم الأولية أو الابتدائية: وهي تلك المفاهيم المشتقة والمستمدة من خبرتنا الحسية الحركية بالعالم الخارجي.
2. المفاهيم الثانوية: وهي تلك المفاهيم المشتقة من المفاهيم الابتدائية عن طريق الربط بعلاقات رياضية، أدت إلى تركيب المفاهيم الدنيا وخلق مفهوم جديد أعلى درجة مما سبقه.

وقسم (دينز) المفاهيم الرياضية بالنسبة إلى محتواها الى ثلاثة أنواع وهي:

1. مفاهيم رياضية بحتة: وهي تلك المتعلقة بالأعداد والعلاقات بينها.
2. مفاهيم رمزية: وهي تلك المتعلقة بخواص الأعداد والعمليات التي يمكن أن تجرى عليها.
3. مفاهيم تطبيقية: وهي تلك المتعلقة بتطبيقات تلك الخواص والعمليات في مواقف حقيقية، مثل: الأطوال، والزمن، والوزن ... الخ.

والعلاقات تعني حلقات الوصل والربط بين المفاهيم الدنيا لبناء وخلق مفاهيم عليا، فالمفاهيم والمهارات غير المترابطة وغير المتحدة أي المبنية على أساس الحفظ والتفكك، تميل إلى أن تنسى وتتلاشى بأسرع ما يمكن بالمقارنة مع تلك المبنية على أساس علاقي متين.

خصائص المفهوم:

يتميز المفهوم بالخصائص التالية:

1. التمييز، أي أنه يصنف الأشياء والمواقف ويميز بينها.
2. التعميم، أي أنه لا ينطبق على شيء أو موقف واحد بل ينطبق على مجموعة من الأشياء أو المواقف.
3. الرمزية، فهو يرمز فقط لخاصية أو مجموعة من الخواص المجردة.
4. تكوين المفاهيم العلمية ونموها عملية مستمرة تتدرج بالصعوبة من صف إلى آخر ومن مرحلة تعليمية إلى أخرى، وذلك نتيجة لنمو المعرفة العلمية نفسها، ولنضج الطالب بيولوجياً وعقلياً وازدياد خبراته التعليمية.(لبيب، 1982؛ زيتون، 2005)

خطوات امتلاك المفهوم:

يبين زكريا وآخرون (2008) أن الامتلاك الحقيقي للمفهوم عند الطالب يحدث في خطوتين، هما:

أ- الخطوة الأولى:

البناء أو التكون: تهدف هذه الخطوة الى بناء تصنيفات، والبحث عن طريقة تجميع حسب بعض المواصفات والخصائص.

ب- الخطوة الثانية:

الفهم والاكتساب: تهدف هذه الخطوة الى اختيار قاعدة تصنيفية بنيت من قبل الآخرين، والتحقق أو إثبات تفاعل الخصائص حسب التعريف الذي قدم للمفهوم.

استخدامات المفهوم:

يستخدم المفهوم من خلال ما يأتي:

أ) الاستخدام الإصطلاحي للمفهوم (Conventional Use): وفي هذا الاستخدام نتحدث عن خصائص الاشياء التي يتصف فيها المفهوم، وتدخل ضمن إطار أو حدود المفهوم أو المصطلح الدال على المفهوم، نحو: الخصائص والصفات للأعداد التي يطلق عليها "الاعداد النسبية" أو عن الشروط التي تحدد العدد النسبي عند استخدامنا لمصطلح الاعداد النسبية.

ب) الاستخدام الدلالي (Denotative Use): وهنا يتم استخدام عملية التصنيف حيث نفرز المفاهيم من خلال تمييز الأمثلة على المفهوم واللأمثلة عليه كأن يستخدم مصطلح العدد النسبي لنمييز العدد النسبي عن غيره من الأعداد.

ج) الاستخدام الاصطلاحي أو التضميني (Implication Use): نلجأ أحياناً إلى استخدام مصطلح المفهوم أكثر مما نذكر، أو نتحدث عن الأشياء المسماة والمتعلقة به كالعدد النسبي أو العدد الأولي أو نعطي مصطلحات مرادفة لمصطلح المفهوم. (أبو زينة، 2005؛ عقيلان، 2000)

أمثلة على المفهوم الرياضي:

قدم السلطاني (2002) بعض الأمثلة على المفاهيم الرياضية منها:

1. مفهوم التوازي: هو تجريد لجميع المستقيمات الواقعة في المستوى، ولا تتلاقى مهما امتدت.
2. مفهوم العدد: هو تجريد للخاصية المشتركة بين الفئات التي تحتوي على نفس عناصر العدد.
3. مفهوم عملية الجمع: هو تجريد لخاصية مشتركة لاتحاد الفئات غير المتقاطعة.
4. مفهوم التساوي: هو تجريد لخاصية مشتركة بين الفئات المتكافئة.

أهمية تعلم المفاهيم:

يرى برونر(Bruner) أن أهمية تعلم المفاهيم تتمثل في الآتي:

1. إنها تقلل من تعقد البيئة، إذ أنها تلخص وتصنف ما هو موجود في البيئة من أشياء ومواقف.
2. إنها تقلل الحاجة إلى إعادة التعلم عند مواجهة أي جديد.
3. إنها تعد الوسائل التي تعرف بها الأشياء الموجودة في البيئة.
4. إنها تساعد على التوجيه والتنبؤ والتخطيط لأي نشاط.
5. إنها تسمح بالتنظيم والربط بين مجموعات الأشياء والأحداث.

بالإضافة إلى أن تعلم المفاهيم يعد خطوة ضرورية لتعلم المبادئ والقوانين والنظريات، ومثال إن لم يكن لدى الطالب مفاهيم سليمة عن الضغط والحجم والحرارة فإنه لن يتمكن من فهم قوانين الغازات (لبيب، 1982).

تعليم المفاهيم:

وضع عقيلان (2000) قواعد أساسية يجب أن تُأخذ بعين الاعتبار عند تقديم المفاهيم للطلاب وهذه القواعد هي:

1. المفاهيم لا تعطى للمتعلم وإنما يجب على المتعلم أن يضمها ويدمجها ضمن البناء المعرفي الذي لديه.
2. المفاهيم تتشكل كجزء من عملية النمو لدى المتعلم ولذلك فإن التضمينات الواسعة والمعاني العميقة تتطور وتنمو من خلال خبرات متعددة ومتنوعة، تساهم في زيادة النضج الرياضي لدى المتعلم.
3. أي مفهوم يصبح أكثر معنى للمتعلم وأكثر استخداما من قبله، عندما يرتبط هذا المفهوم بخبرات المتعلم كل يوم، وعليها أن تندمج في البناء المعرفي الكلي لدى المتعلم.

4. المفاهيم تنمو وتتطور لدى المتعلم بطريقة أفضل إذ تعرض المتعلم إلى خبرات متنوعة وليس من خلال العرض المتطور ولذلك فإن إتاحة الفرصة للمتعلم من خلال خبرات تعليمية مختلفة مثل حل المسائل والنشاطات الاكتشافية بعيداً عن الأعمال الروتينية تجعل المتعلم أكثر فعالية من التركيز على التعلم بالتكرار والحفظ.
5. كلما كانت المفاهيم التي تدرس للطلاب مستمدة من واقع حياته وتنسجم مع أفكاره وليس عن طريق الارشادات المباشرة للمتعلم تشكلت هذه المفاهيم ضمن البناء المعرفي للمتعلم، ولذلك فإن درس الرياضيات لا يكون من خلال محاضرة من قبل المعلم، وإنما يكون من خلال نشاط جماعي يشارك فيه المعلم والمتعلمون.
6. إن الأفعال تسبق الأقوال، والأقوال تسبق الكتابة، وهذا ينطبق على تعلم المفاهيم، لأنه من واجب المتعلم أن يستخدم الأشياء ويوظفها ثم يعبر عنها بالرموز والكلمات.
7. يقدم المفهوم للمتعلم بناء على استعداده لتعلم المفهوم ودافعيته نحو تعلمه.

الصعوبات في تعلم المفاهيم العلمية:

يذكر زيتون (2005) بعض الصعوبات التي تظهر عند تعلم المفاهيم ومنها:

1. طبيعة المفهوم العلمي، ويتمثل في مدى فهم المتعلم للمفاهيم العلمية المجردة أو المفاهيم المعقدة.
2. الخلط في معنى المفهوم أو في الدلالة اللفظية لبعض المفاهيم العلمية، خاصة المفاهيم التي تستخدم كمصطلحات علمية وكلغة محكية بين الناس.
3. النقص في خلفية المتعلم العلمية والثقافية.
4. صعوبة تعلم المفاهيم العلمية السابقة اللازمة لتعلم المفاهيم العلمية الجديدة.

اتجاهات في تدريس المفاهيم:

يذكر زكريا وآخرون أن طبيعة المفهوم تؤثر في إختيار طريقة التدريس ويمكن الحديث عن اتجاهين أساسين لطريقة تدريس المفاهيم وهما:

1. الاتجاه الاستقرائي:

حيث يبدأ المعلم مع الطلبة بالجانب الحسي للمفهوم و بالجوانب الظاهرية ، ثم ينتقل إلى مكونات وعناصر المفهوم الأساسية.

2. الاتجاه الاستنباطي:

حيث يقدم المعلم للطلبة المفهوم أولاً، (وهي العملية العكسية)، ثم تقدم العناصر والمكونات، والعلاقات، والجانب الحسي.

استراتيجيات تعلم المفاهيم الرياضية:

تعتبر استراتيجية المعلم في تقديم المفهوم الرياضي هامة، حيث تنظم التحركات التي يقوم بها المعلم داخل غرفة الصف، وتختلف الاستراتيجيات المستخدمة في تقديم المفاهيم الرياضية ومن هذه الاستراتيجيات كما حددها عقيلان (2000) ما يلي:

1. استراتيجية أمثلة الانتماء: وفي هذه الاسترايجية يتم تقديم أمثلة تصنيف المفهوم، ويدركه الطالب من خلالها.
2. استراتيجية أمثلة الانتماء وأمثلة عدم الانتماء المرتبة: هذه الاستراتيجية تتكون من سلسلة من الأزواج المرتبة من أمثلة الانتماء وأمثلة عدم الانتماء.
3. استراتيجية الترتيب التالي(استراتيجية العرض): تعريف، أمثلة انتماء، أمثلة عدم الانتماء، حيث يبدأ المعلم بإعطاء تعريف للمفهوم أولاً ثم يعطي أمثلة يوضح بها التعريف ثم بعد ذلك يعطي الطلاب لأمثلة لإزالة سوء الفهم والتمييز بين المثال المنتمي والمثال الغير منتمي.

4. استراتيجية الترتيب التالي(استراتيجية الاكتشاف): أمثلة إنتماء، أمثلة عدم إنتماء، تعريف، حيث يبدأ المعلم بعرض أمثلة تحقق سمات المفهوم، ثم يتبع ذلك أمثلة لا تنتمي للمفهوم ثم بعد ذلك يتم إعطاء عبارة تفسر المفهوم تفسيراً لغوياً يوضح معنى التعريف.
5. استراتيجية: تعريف، أمثلة إنتماء، حيث يقوم المعلم في البداية بتقديم التعريف الذي يصف المفهوم ويحدده ثم يتبع ذلك بأمثلة تنطبق على خصائص المفهوم وسماته.
6. استراتيجية: أمثلة انتماء، تعريف، حيث يبدأ المعلم بعرض أمثلة لها علاقة بالمفهوم ومنتمية ثم يتبع ذلك إعطاء التعريف المناسب للمفهوم.

طريقة تعليم المفاهيم:

اقترح الحيلة (2003) طريقة عملية لتعليم المفاهيم أيا كانت للطلبة من مختلف المستويات، وتشمل هذه الطريقة الخطوات المختصرة التالية:

1. تحديد المفهوم المراد تدريسه للطلبة.
2. تحديد الهدف المراد تحقيقه من خلال تدريس هذا المفهوم.
3. تحليل المهمة المحددة للمعلم ولطلبته والتي تتكون من الخطوات التالية: تعريف المفهوم وتحديد صفاته، ثم تحديد وتوضيح المتطلبات السابقة اللازمة حتى يفهم الطلبة هذا المفهوم، ثم تحديد الصفات الحرجة أو الصفات العلاقية للمفهوم.
4. تحديد المستوى المعرفي للتعلم المطلوب في مستويات الاهداف التي وضعها بلوم.
5. تحديد طريقة التدريس المناسبة أو استراتيجيات التعليم التي تحقق الهدف المنشود من تعلم هذا المفهوم.
6. طرح مجموعة من الأسئلة التي تهدف إلى تعريف الطلبة بالصفات الحرجة أو العلاقية للمفهوم.
7. كتابة الصفات العلاقية والسمات الحرجة للمفهوم بألوان بارزة وجذابة على السبورة وإبرازها بشكل مختلف عن بقية ما هو مكتوب على السبورة.
8. إختيار مجموعة الأمثلة واللأمثلة من الأشياء المألوفة والمعروفة لدى الطلبة حتى يسهل على الطلاب تمييزها وتحديد صفاتها العلاقية.

9. يقوم المعلم بإبراز السمات الحرجة أو الصفات العلاقية بالتدريج، فبعد أن يتم تقديم السمة الاولى والتأكد من أن الطلبة فهموها وحددوها، يقوم المعلم بتقديم السمة الثانية وهكذا.
10. تقويم تعلم الطلبة للمفهوم حتى هذه اللحظة، وذلك بسؤالهم عن السمات الحرجة أو الصفات العلاقية للمفهوم المطروح، وبإعطاء المزيد من الأمثلة واللأمثلة عن هذا المفهوم.
11. طرح عدد كبير وجديد من الأمثلة واللأمثلة على المفهوم، والطلب من الطلبة تصنيفها إلى أمثلة منتمية وأمثلة غير منتمية وتعليل كل إجابة من إجاباتهم.
12. تكليف الطلبة بإعادة ذكر السمات الحرجة أو الصفات العلاقية للمفهوم مستخدمين لغتهم الخاصة.
13. تكليف الطلبة بتطبيق المفهوم في مواقف جديدة غير تلك المواقف التي طرحها المعلم في شرحه وأمثلته.

2.2 الدراسات السابقة

خلال السنوات الطويلة الماضية كان اهتمام التربية منصباً على إيجاد طرق وأساليب حديثة، تساعد على تحسين نوعية التعلم والتعليم للمواد الدراسية بعامة، والتركيز على إيجاد طرق وأساليب تعمل على تحسين تعلم الرياضيات وتعليمها بخاصة لدى الطلبة، ليصبح تعلم هذه المادة ذا معنى وأكثر بقاءً وجزءاً من ممارسات حياتهم اليومية، انطلاقاً من ذلك حاولت هذه الدراسة استقصاء أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الاساسي واتجاهاتهم نحوها.

من خلال مراجعة الأدب التربوي تبين للباحثة أن موضوع المنحى التاريخي ودمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات قد حظي بكثير من الاهتمام لدى الباحثين الأجانب حتى أن كثيراً من الدول الاجنبية استخدمت المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، وقامت بدمج تاريخ الرياضيات في محتوى مناهج الرياضيات للمدارس الابتدائية والأعدادية والثانوية على حد سواء، في حين لم يكن لهذا الموضوع صدى في الدول العربية حيث ظهرت بعض الدراسات العربية عن استخدام المنحى التاريخي في تدريس العلوم فقط، ولم يتم تناول موضوع استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات (على حد علم الباحثة)، وقد قامت الباحثة باستعراض بعض الدراسات التي لها علاقة بموضوع الدراسة الحالية، وتسهيلاً لعرض النتائج تم تقسيم الدراسات السابقة حسب علاقتها بموضوع الدراسة وحسب تسلسلها الزمني الى ثلاثة محاور:

1.2.2. المحور الاول: الدراسات التي تتعلق باستخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات:

دراسة أجراها جانكفيست (Jankvist, 2012) بعنوان "استخدام المصادر الأصلية (التاريخية) والعلاقة المحتملة لمشكلة التوظيف"، وقد عنى الباحث بمشكلة التوظيف بأنها التخصص في دراسة الرياضيات أو العلوم التطبيقية بعد الانتهاء من المدرسة الثانوية، طبقت الدراسة من شباط (2010) إلى أيار(2012)، حيث تابع الباحث طلبة الثانوية العامة في الدنمارك، وتكونت عينة الدراسة من 26 طالباً حيث تعرض هؤلاء الطلبة غلى نموذجين من التدريس في الرياضيات، يشمل كل نموذج على قراءة موسعة للمصادر الأصلية (التاريخية) في الرياضيات،

والهدف العام من هذه النماذج هو تقديم جوانب عدة من التاريخ والتطبيق والفلسفة للطلبة والقيام بذلك بوحدة واحدة، وطبق النموذج الأول من نيسان حتى أيار (2010) ثم طبق الموذج الثاني من أيلول حتى تشرين الاول (2012)، وفي كل نموذج كان الطلبة يقومون بقراءة مصادر أصلية من تاريخ الرياضيات مترجمة للغة الدنماركية حيث تعرض الطلبة خلال فترة تطبيق الدراسة وهي سنتان إلى سلسلة من الاستبانات التي يتبعها إجراء مقابلة مع الطلبة، وذلك للحصول على دليل محتمل لأثر هذه النماذج وقراءة الطلبة للمصادر الاصلية التاريخية وعلاقتها مع مشكلة التوظيف، الاستبانة الأخيرة شملت على الاسئلة التالية:

1. لقد قدم لك نموذجان من وجهات نظر مختلفة عن الرياضيات وماهيتها، وكيف أتت، وبماذا تستخدم؟ اذا كانت إجابتك نعم، اشرح وبأي معنى؟ وإذا كانت إجابتك لا، لماذ؟
2. هل النموذجان يشجعانك على دراسة الرياضيات أو الاهتمام بأي شكل من الأشكال بالرياضيات أو العلوم التطبيقية، اذا كانت إجابتك نعم، كيف ولماذا؟ واذا كانت إجابتك لا، ولماذا؟
3. إذا كانت إجابتك عن الأسئلة السابقة نعم أو لا، هل تعتقد أن النموذجين اللذين قدما لك زوداك بثقافة أكثر؟ وهل تنصح باختيارها أو عدم اختيارها لتدريس الرياضيات في المستقبل؟ اذا كانت إجابتك نعم، كيف يمكن ذلك؟ وإذا كانت إجابتك لا لماذا؟

من الـــ 26 طالباً 24 طالباً أجابوا عن أسئلة الاستبانة النهائية، ومن الـــ 24 طالباً 16طالباً أجري معهم مقابلة بعد انتهائهم من الاستبانة، أظهرت نتائج الاستبانة أن 88% من الطلاب وافقوا على أن نموذج تاريخ وتطبيق وفلسفة الرياضيات زودهم بنظرة مختلفة عن ماهية الرياضيات، و29% من الطلاب وافقوا على أن نموذج تاريخ وتطبيق وفلسفة الرياضيات شجعهم على دراسة الرياضيات أو العلوم التطبيقية كجزء من دراستهم في المستقبل.

في حين أظهرت نتائج المقابلة التي أجريت مع 16 طالباً بعد انتهائهم من تعبئة الاستبانة أن 5 من الطلاب قاموا بتغيير إجاباتهم بعد أن تم توضيح السؤال رقم 3 لهم، الأمر الذي استدعى إجراء المقابلة مع الـــ 24 طالباً، بعد إجراء المقابلة، وغالبية الطلبة أجابوا بنعم عن السؤال الاول، وبالتالي فإن نتائج الدراسة أظهرت أن استخدام المصادر الأصلية التاريخية في تدريس الرياضيات يشجع الطلبة على التخصص في دراسة العلوم الرياضية بعد الانتهاء من دراسته الثانوية.

وهدفت الدراسة التي أجراها موتا وآخرون (Mota et al. 2012) إلى استخدام المصادر الأصلية التاريخية في تدريس خط المماس للمنحى التربيعي (القطع المكافئ) لعينة من الطلبة مكونة من طلبة الصف الحادي عشر والصف الثاني عشر والتي تتراوح اعمارهم بين 16 و17 عاماً، حيث استخدمت الدراسة أساليب مختلفة ومحطات مختلفة وقد تكونت الدراسة من مرحلتين:

المرحلة الأولى: شملت على طلبة الصف الحادي عشر، وتكونت من 21 طالباً، وتم استخدام منحى الوحدات مع حزمة تاريخية والتي كانت مدتها ثلاث حصص من 90 دقيقة لكل حصة، كان الطلاب يعملون في خمس مجموعات غير متجانسة، ولكن إجاباتهم في مجموعات مختلفة كانت مماثلة تماماً.

المرحلة الثانية: جرت بعد ما يقارب السنة وشارك فيها تلاميذ الصف الثاني عشر، 10 منهم شاركوا في المرحلة الاولى من الدراسة و12 منهم شاركوا في التجربة للمرة الأولى، وفي هذه المرحلة تم استخدام المنحى القائم على التاريخ، وقد طلب من الطلبة كتابة تعليقاتهم ورأيهم، وبعد ذلك مناقشتها مع الفئة التي تتقاسم معهم الآراء نفسها.

أظهر الطلاب اهتماماً بالأسئلة التي يعتقدون بأنها قد تفيدهم في التحضير للامتحان، والطلاب الذين شاركوا في المرحلة الأولى من الدراسة كانوا أكثر تجاوباً، وقدموا القليل من الشكاوي والصعوبات.

كما أظهرت النتائج أن الطلاب الذين شاركوا في المرحلتين من الدراسة خلال سنتين كان لديهم معلومات أكثر متانة من الطلاب الآخرين، حيث أظهر هذا النوع من المهام تنمية لمعرفة عميقة وأكثر اكتمالاً للمفهوم.

أجرى كل من تيسابو ونيكولانتيكس (Tsiapou& Nikolantonakis, 2012) دراسة بعنوان تنمية مفهوم القيمة المكانية لطلبة الصف السادس اليونانيين بوساطة المعداد الصيني، جرت الدراسة في المدرسة الابتدائية في مدينة (سالونيك) خلال العام الدراسي 2010 –2011، وتكونت

العينة من 18 طالباً أعمارهم 12 عاماً، وكان برنامج الدراسة يتضمن العمل في المدرسة مرة واحدة في الأسبوع لمدة ساعتين وكان 4 من الطلبة خلفيتهم المعرفية ضعيفة، تم استخدام استبيانين كاختبار قبلي واختبار بعدي، الاستبانة الأولى تضمنت ستة أسئلة من النوع المغلق، وسؤالاً واحداً مع التفسير بعد التجربة، الاستبانة نفسها استخدمت كاختبار بعدي، والاستبانة الثانية تضمنت أربعة أسئلة مفتوحة النهاية، واستخدمت كاختبار بعدي.

أظهرت نتائج الاختبار القبلي أن معظم الطلبة لم يكن لديهم فهم عميق لبنية الأرقام، وأظهرت نتائج الاختبار البعدي فهماً أفضل للمفاهيم، كما أن الطلبة أحبوا الانشطة التي جلبت من التاريخ برحابة صدر.

دراسة أجراها بايام(Bayam, 2012) بعنوان آراء طلبة تتراوح أعمارهم بين 12 سنة حول الأنشطة من أجل إدخال تاريخ الرياضيات في مناهج الرياضيات، تكونت عينة الدراسة من 24 طالباً وطالبة، منهم 12 طالب و12 طالبة من الصف السادس الأساسي من مدرسة يدرس فيها مدرس واحد للرياضيات في قرية بولو في تركيا عام 2011– 2012، ضمن إطار هذه الدراسة تم إعادة تنظيم المنهاج كمشاريع أداء في اكتشاف وتطوير إنجازات الرياضيين المشهورين والحكايات التاريخية، حيث شملت على 8 إنجازات يدعمها 24 من علماء الرياضيات والحكايات التاريخية، استغرقت الدراسة حوالي 4 أسابيع، حيث تم تصميم بيئة تعليمية تحت إشراف الباحث على أساس إعطاء الطلبة مشاريع جماعية حول التطور التاريخي للإنجازات في الرياضيات، ويتم تقديم مشاريع الأداء على صورة أغنية وقصيدة مكتوبة لعالم رياضيات شهير، واستخدام الدراما في لعب الأدوار عن الاكتشافات والابتكارات في الرياضيات واستخدام ملصقات حول التطور التاريخي للموضوع الرياضي، وفي هذه الدراسة تم دعم التحصيل من خلال تاريخ الرياضيات، حيث شملت الدراسة على تحصيل الطلبة في 4 مجالات وهي: الجبر، والاعداد، والهندسة، والاحتمالات، تضمنت التجربة 4 ساعات من دروس الرياضيات التي انقسمت إلى نصفين في يومين كل يوم ساعتين، في الساعة الأولى من الدرس يقدم الطلبة مشاريع أدائهم عن الانجازات، والباحث يقييم أداءهم، وفي الساعة الثانية من الدرس يتم وضع مشكلة الإنجاز، ومناقشة أسباب الرياضيين في تطويره والمساهمة في هذا الموضوع المذكور في مشاريعهم، وفي اليوم التالي يتم تقديم التجربة نفسها، 6 من المشاريع يتم تقديمها في الصف خلال أسبوع، و24 من المشاريع تقدم

في تاريخ الرياضيات تقدم في الصف خلال 4 أسابيع من التجربة، حيث تم تشجيع الطلبة على الاستفادة من مختلف المراجع المناسبة لمستواهم، والاستفادة من المكتبة المصغرة التي تتكون من كتب عن الرياضيات وتاريخ الرياضيات.

أما بالنسبة لاستخدام الدراما فإن أول طالب قدم عرضاً حول الكوفي يتضمن نموذجاً من نماذج شرح عملية صنع الإسطرلاب حيث أعطى شرحاً بسيطاً عن كيفية عمل الاسطرلاب، ثم تم لعب الأدوار لكل من الكوفي وعمر الخيام من قبل الطلبة الذين قاموا بهذا المشروع، وفي هذه الدراسة تم الحصول على آراء الطلبة عن طريق نموذج مقابلة شبه منظمة، وتحليلها وصفياً وتضمنت أسئلة المقابلة ما يلي:

1. ما الأشياء السلبية والايجابية والمختلفة في الفئة التي استخدمت تاريخ الرياضيات في عرض مشاريع أدائهم؟.
2. هل تعتقد أن استخدام تاريخ الرياضيات في الصف وتقديم ذلك على شكل مشروع أداء لها تأثير على تعلمك الرياضيات، ويجعل فهمك للرياضيات أفضل؟.
3. هل أحببت صف الرياضيات؟ ولماذا؟ هل كانت نشاطات تاريخ الرياضيات تساعدك على حب الرياضيات؟ وكيف؟.
4. هل تعتقد ماذا اذا كان صف الرياضيات أسهل أم أصعب؟ وهل تاريخ الرياضيات جعل صف الرياضيات صعباً أم سهلاً ولماذا؟.

تضمنت آراء الطلبة حول استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات بعدين هما: البعد العاطفي والبعد المعرفي، وفي البعد العاطفي كانت نتائج الطلبة هي 95% إيجابية و5% سلبية، وفي البعد المعرفي كانت نتائج الطلبة هي 38% من الطلبة أظهروا ان فهمهم للرياضيات وتعلمها أصبح افضل باستخدام الانشطة تحت شعار تاريخ الرياضيات، وحوالي 32% أظهروا أن الدروس التي تتضمن تاريخ الرياضيات كانت ممتعة، وحوالي 45% من الطلبة أظهروا أن الطريقة المستخدمة مختلفة، وأن استخدام الأغاني والقصائد والدراما مختلفة، وحوالي 33% من الطلبة أكدوا بأن معرفة كيف ظهرت الإنجازات وكيف تم اكتشافها لا تبدو مألوفة لديهم.

وبالتالي فإن نتائج الدراسة أظهرت أن الأنشطة التي تقع تحت شعار تاريخ الرياضيات كان لها تأثير إيجابي في البعد العاطفي لدى الطلبة، وذلك لأن اكتشاف المفاهيم والموضوعات والذين ساهموا في تطوير هذه المواضيع فإنه يزود الطلبة بآراء إيجابية عن الرياضيين، الأمر الذي تتفوق فيه هذه الطريقة عن الطريقة التقليدية، كما أن دروس الرياضيات تحت شعار تاريخ الرياضيات جعل الدروس أسهل من خلال توفير فهم أفضل للطلبة في الرياضيات، فتاريخ الرياضيات يجذب انتباه الطلبة ويثر اهتمامهم.

وهدفت الدراسة التي أجراها ألبسلان وآخرون (Alpaslan et al. 2012) إلى البحث في العلاقة بين معرفة المعلمين قبل الخدمة لتاريخ الرياضيات وبين اتجاهاتهم ومعتقداتهم نحو استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، وتم جمع البيانات من 1593 معلم رياضيات قبل الخدمة في المدارس الابتدائية خلال الفصل الأول للعام 2010 –2011 منهم 1064 من الإناث، و529 من الذكور من 9 جامعات، تم إختيارهم باستخدام العينة العنقودية العشوائية، وتم إستخدام إستبانة للاتجاهات والمعتقدات نحو استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات واختبار لقياس المعرفة التاريخية للمعلمين وتكون الاختبار من 11 سؤالاً مقالياً و 13 إختياراً من متعدد، وإجابات قصيرة، ونعم ولا، أما الاستبانة فقد تكونت من 35 فقرة، أظهرت النتائج أن معلمي ما قبل الخدمة لديهم معرفة جيدة وكثيرة في تاريخ المواضيع الرياضية، وكانت لديهم اتجاهات ومعتقدات إيجابية نحو استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، كما أظهرت نتائج الدراسة وجود علاقة عالية الإيجابية بين معتقدات الكفاءة الذاتية نحو استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات وبين المعرفة في تاريخ الرياضيات، وأن قرار معلمي ما قبل الخدمة في استخدام هذه الطريقة قد ينخفض بسبب ضعف المعرفة بتاريخ الرياضيات وأيضاً انخفاض اعتقاداتهم بكفاءتهم الذاتية حول استخدام التاريخ.

وفي الدراسة التي أجراها جيولميت (Guillemette, 2012) بعنوان استخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات بين النظرية والتطبيق، تكونت الدراسة من نشاطات تم تجربتها مرتين: أولاً: في صف مكون من 30 طالباً في الفرع العلمي (العلوم الطبيعية)، ثانياً: في صف مكون من 11 طالباً في الفرع الأدبي (العلوم الاجتماعية) أكدتا هاتان المرحلتان من التجربة جدوى وفعالية قراءة الأنشطة ولكي تكون هذه الانشطة أكثر ملاءمةً تم إجراء الأنشطة ومقابلات

فردية أعقبت ذلك، وتم بناء الأنشطة التي أجريت على طلبة ما قبل الجامعة في مساق التفاضل والتكامل، وتألف النشاط من ثلاثة أجزاء، وهي: لمحة موجزة عن المحتويات الاجتماعية والتاريخية وعن الرياضيات في زمن فيرمات، والقراءة الفردية للنص، والعودة للقراءة في مجموعات كبيرة.

تم تقديم المحتويات الاجتماعية والتاريخية من خلال نصوص بوربوينت (Power point) تضمنت العديد من الصور التذكارية للمناخ الاجتماعي والتاريخي والعلمي في زمن فيرمات، وقدمت النصوص عدة صور لفيرمات، والعديد من علماء الرياضيات في ذلك الوقت في مدينة باريس، ولقد تضمنت عناصر مختلفة من السيرة الذاتية لفيرمات وبشأن مراسلاته مع العديد من العلماء في ذلك الوقت، في التجربة الاولى تم إجراء المقابلات الفردية مباشرة بعد التجربة وتصمنت 30 طالباً وتطوع 9 طلبة للمقابلة وفي التجربة الثانية الطلبة الـــ 11 تم إجراء المقابلة معهم، استغرقت المقابلة حوالي 10 دقائق، والنقاش وكل المقابلات والأعمال التي تمت في الصف تم تسجيلها كان حول مختلف الاسئلة عموماً وهي:

1. ما أكثر عناصر العرض المقدمة وصلت لك؟.
2. ما العناصر التي وصلت اليك من خلال قراءة النصوص؟.
3. ماذا تعلمت من التفاضل والتكامل؟.
4. ماذا كنت تعتقد أن هذا النوع من القراءة يمكن أن يحقق في صف الرياضيات؟.
5. هل تعتقد أن مثل هذه الأنشطة تنتمي إلى فئة الرياضيات؟.

أظهرت النتائج أن المستوى الأول من التجربة وفر فهماً جزئياً للظاهرة في الأسئلة، أما المستوى الثاني فيؤكد بوضوح الحاجة لإدخال عمق وتنظيم أكثر في التحليل، ومن خلال تحليل نتائج التجربة في الصف أظهر أنه من الممكن الوصول إلى فهم واستيعاب كامل وفهم المسائل المحيطة بإدخال تاريخ الرياضيات في صف الرياضيات، وهذا الفهم يوفر أدوات تتعامل بفعالية مع مواضيع الدراسة.

وهدفت الدراسة التي أجراها كل من ألبسلان وغونر (Alpaslan& Guner, 2012) إلى استقصاء الآثار المحتملة لتدريس وحدات في تاريخ الرياضيات من أجل تنمية الحس العددي

لدى الطلبة الصغار في تركيا والذين تتراوح أعمارهم بين 4-5 سنوات في صفوف رياض الاطفال، حيث تم تجديد نوعين من الأعمال الفنية التاريخية، مثل: استخدام جداول العلامات، والحصى لنشاطات الحساب ضمن إطار الألعاب الرمزية واستخدام منحى الوحدات، شارك في الدراسة 12 طفلاً منهم 5 إناث و7 ذكور، وكان لدى الأطفال معرفة مسبقة بالأرقام والتي تم اكتسابها في رياض الأطفال، وتم إجراء الوحدات في حصة دراسية "45 دقيقة" على التوالي خلال أسبوعين، وبالنسبة للمعلمة كانت في غرفة الصف بصفة مراقب غير مشارك خلال تنفيذ الوحدات، وكان أحد الباحثين يظهر صور لها علاقة بالقصص ويقوم بتوجيه الطلبة أثناء العمل، ومن جهة أخرى قراءة القصص في قالب درامي، وشملت كل من القصص كلمات وعبارات مثل: قرون مضت، وفي العصور القديمة جداً، وفي الوقت الذي لم تخترع فيه التكنولوجيا، وذلك للتأكيد على أن الاحداث وقعت في الآونة الأخيرة، وتم جمع البيانات من خلال السجلات القصصية لتنفيذ وحدتين ومقابلة شبه منظمة مع المعلم في مرحلة رياض الاطفال وأخذت الملاحظات القصصية من خلال ملاحظة سلوك الأطفال وكلامهم أثناء التطبيق كما تم جمع البيانات من خلال إطار دنفي للحس العددي للطلبة الصغار، وكشفت النتائج أن الوحدات المستندة على تاريخ الرياضيات تسهم في تنمية جوانب مختلفة في الحس العددي.

وفي الدراسة المسحية التي أجراها كلارك (Clark, 2011) للجامعات والكليات في الولايات المتحدة، لتقديم معلومات لمسح برامج إعداد معلم الرياضيات في الولايات المتحدة حول وضع مساق تاريخ الرياضيات في متطلباتهم الجامعية، كشفت نتائج المسح عن 150 من المؤسسات التعليمية التي تم تحديدها في العينة العشوائية الطبقية أن 15 منهم فقط لا تقدم برنامج إعداد معلمي الرياضيات بما يتناسب مع استخدام تاريخ الرياضيات في برنامج إعداد معلمي الرياضيات، و62 من العينة المتبقية برامجها لإعداد معلمي الرياضيات تضع مساق تاريخ الرياضيات في برامجها.

أجرى كل من هورتن وبانسوك (Horton& Panasuk, 2011) دراسة للتحقق من تصورات معلمي المدارس الثانوية حول إدراج تاريخ الرياضيات في دروسهم، تضمن مجتمع الدراسة 379 مدرسة، كلها مدارس عامة ماعدا 7 مدارس خاصة، حوالي 2909 مدرس رياضيات، تم تصميم أداة شاملة النطاق وتم نشر الاداة على شبكة الإنترنت لكي يتم أخذ ردود

فعل المشاركين وتم الاتصال بالمدارس من خلال الإيميل لإرسال طلب إلى معلمي الرياضيات للمشاركة في المسح، وهناك حوالي 6 مدارس رفضت الطلب وبالتالي شارك في الدراسة ما مجموعه 367 معلماً في استطلاع عبر الإنترنت، وحوالي 11% من معلمي الرياضيات في المدارس الثانوية في الدولة، تكونت الاداة من 110 فقرة بعضها وضعه الباحث، وبعضها الآخر رجع بها الى دراسات أخرى، وتم استخدام مقياس ليكرت في هذه الاداة، شملت البيانات على مجموعتين: المجموعة الأولى ارتبطت بفكرة دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، والمجموعة الثانية ارتبطت بوجهة نظر المعلمين حول طبيعة الرياضيات وتدريسها، وأظهرت النتائج أن حوالي 39% من المعلمين لايستخدمون تاريخ الرياضيات في تدريسهم، وحوالي 61% من المعلمين يقومون بإدراج تاريخ الرياضيات في تدريسهم، كما وأظهرت الدراسة أن المعلمين الذين لديهم وجهة نظر فلسفية لطبيعة الرياضيات هم أكثر عرضة لادراج تاريخ الرياضيات في دروسهم الصفية.

وسعت الدراسة التي أجراها يي (Yee, 2011) إلى استقصاء أثر استخدام تاريخ الرياضيات على تحصيل الطلبة واتجاهاتهم نحو الرياضيات، طبقت الدراسة على طلبة الصف الحادي عشر، صُممت الدراسة تصميماً شبه تجريبي، وتكونت المجموعة التجريبية من صفين، فكان عدد الطلبة في المجموعة التجريبية 51 طالباً، أما المجموعة الضابطة فتكونت من صفين: كل صف فيه 26 طالباً، فكان مجموع الطلبة في المجموعة الضابطة 52 طالباً جميع الطلبة أعمارهم 17 عاماً، وتم تعيين الصفوف بصورة عشوائية على المجموعات، وتضمنت المعالجة التاريخية ثلاثة مواضيع في التفاضل والتكامل وهي: تقنيات التفاضل، وتطبيقات التفاضل والتكامل، واستخدم في التجربة ثلاث أدوات: اختبار تحصيلي في الرياضيات واختبار تحصيلي في التفاضل والتكامل واستبانة لقياس الاتجاهات، قبل البدء في التجربة استخدم الاختبار التحصيلي في الرياضيات كاختبار قبلي، ثم أعطي الموضوع الأول (تقنيات التفاضل) وبعده تم إعطاء الاختبار التحصيلي في الرياضيات، وإختبار تحصيلي في التفاضل والتكامل، وهكذا مع المواضيع الثلاثة، أما بالنسبة للاستبانة فقد تم استخدامها كاختبار قبلي وبعدي، وتكونت من 40 فقرة لقياس الاتجاهات نحو الرياضيات حسب مقياس ليكرت في أربعة عوامل، وهي: التمتع، والدافعية العامة، والثقة بالنفس، والقيمة، وتم تحليل البيانات باستخدام MANCOVA و ANCOVA ، أظهرت النتائج تغييراً كبيراً لاستخدام تاريخ الرياضيات مقابل المجموعة الضابطة على تحصيلهم

في الرياضيات واتجاهاتهم نحو الرياضيات، حيث كان أداء المجموعة التجريبية أفضل بشكل ملحوظ في الاتجاهات، وخاصة في عامل الثقة والدافعية، وأظهرت الدراسة أن المجموعة التجريبية كان أداؤها أفضل في كل من الاختبارات الثلاثة (اختبار تحصيلي في الرياضيات، اختبار تحصيلي في التفاضل والتكامل، واستبانة للاتجاهات) من المجموعة الضابطة.

وناقشت الدراسة التي أجراها يي وتشابمان (Yee& Chapman, 2010) الطرق التي يمكن تطبيقها لاستخدام تاريخ الرياضيات، لتعزيز تعلم الطلبة واتجاهاتهم نحو الرياضيات في سنغافورة، وأظهرت الدراسة أن استخدام تاريخ الرياضيات في تعلم الرياضيات وتعليمها قد يعزز نتائج الطلبة سواء في المجالات المعرفية أو الوجدانية، أي أن دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات ينمي لدى الطلبة اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات بالإضافة إلى زيادة تحصيلهم في الرياضيات.

وسعت الدراسة التي أجراها كل من هافرهلس وروسكو(Haverhals& Roscoe, 2010) إلى التعرف إلى مزايا استخدام المنحى التاريخي في تعليم موضوع تكامل القاطع (في الاقترانات المثلثية) وتعلمه، وهو موضوع شائع في مقرر التفاضل والتكامل للفصل الثاني في كل من المدارس والجامعات، وطبقت الدراسة على الطلبة غير الخريجيين في تخصص الرياضيات في جامعة مونتانا، حيث تم تصميم ملفين: ملف يؤخذ الى البيت تمهيداً للبحث، ويتضمن موجز للمشكلة، والدوافع التاريخية خلال مراحل الاكتشاف، والملف الثاني يستخدم في الصف للتعرف إلى اكتشاف تكامل القاطع وفي هذا الملف يتم دفع الطلبة من خلال إعادة تمثيل التاريخ لاكتشاف الدوافع التاريخية لتكامل القاطع، تكونت العينة من 16 طالباً غير خريج، منهم 9 ذكور و 7 إناث، وكل الطلبة من تخصص الرياضيات أكملوا مساق التفاضل والتكامل، أعطي للطلبة الملف الأول الذي يؤخذ إلى البيت قبل أسبوع من استكمال الملف الثاني في الصف، وفي نهاية التطبيق تم جمع البيانات وتحليلها وأظهرت النتائج أنه في مجال حل المشكلات المنحى التاريخي يساعد الطلبة في زيادة تحصيلهم من خلال تزويدهم بفهم أكثر ثراءً وأكثر وضوحاً في عملية صنع المعنى الرياضي، حيث كانت استجابة جميع الطلبة للنشاط إيجابياً، مما يؤكد على أهمية هذا المنحى من قبل الطلبة.

وهدفت الدراسة التي أجراها بيرنز(Burns, 2010) إلى البحث في الأفكار المسبقة لمعلمي قبل الخدمة حول استخدام تاريخ الرياضيات في المدارس الثانوية وتحديد ما اذا كانت هذه الأفكار قد تغيرت بعد تعريضهم لمواضيع من تاريخ الرياضيات وطرق يمكن أن يستخدموها في تدريس هذه المواضيع، شارك في الدراسة معلمو ما قبل الخدمة متخرجون وغير متخرجين ومسجلون في أساليب تدريس الرياضيات، وطبقت الدراسة في ثلاثة مساقات لأساليب تدريس الرياضيات للمدارس الثانوية على الفترات التالية:

1. في ربيع 2008: 12 معلماً قبل الخدمة، و15 غير خريجين و 2 خريجين.
2. في ربيع 2009: 12 معلماً قبل الخدمة، و 8 غير خريجين و 4 خريجين.
3. في ربيع 2010: 8 معلمين قبل الخدمة، و7 غير خريجين و خريج واحد.

وبالتالي شملت العينة حوالي 69 شخصاص منهم معلم ماقبل الخدمة وخريجون وغير خريجين، واستخدمت هذه الدراسة البحوث مختلطة الكمية والنوعية، وتم تحليل البيانات الكمية باستخدام t-test للعينات المرتبطة، وتم استخدام الاستبانة وفق مقياس ليكرت، أما البيانات النوعية فتم جمعها من خلال مجموعة من أسئلة مفتوحة النهاية وتحليلها من خلال فرز الاستجابات، وكانت نتائج الكمية والنوعية متقاربة في إظهار وجهات نظر معلم ماقبل الخدمة في دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، حيث أظهرت النتائج تغييرات ذات دلالة إيجابية بعد تعرضهم لسلسلة من التعيينات التي تضمنت مواد تاريخية.

وأجرى هوو (Ho, 2008) دراسة إجرائية للتحقق من أثر استخدام التاريخ في الجبر على اتجاهات الطلبة، وتكونت العينة من 102 طالب من طلاب البولتيكنك (العلوم التطبيقية) في سنغافورة، وتم دمج تاريخ الرياضيات في الدروس عمداً في مساق الجبر الخطي وحدة المتجهات، وأجريت الدراسة في السنة (2007 –2008 م) واستمرت 12 اسبوعاً، أول 6 أسابيع لا يوجد دمج واضح لتاريخ الرياضيات، وفقط استخدمت القصاصات التاريخية، وهي أجزاء من المعلومات التاريخية دمجت مع النص أو العرض الرئيس، في الأسابيع الستة التالية: كان هناك دمج كامل لتاريخ الرياضيات، وأظهرت الدراسة ارتفاع العلامات في مجال العقيدة والمثابرة عما كانت عليه قبل التجربة.

وهدفت الدراسة التي أجراها لورانس (Lawrence, 2008) إلى تقديم تاريخ الرياضيات في المناهج من خلال الممارسات التعليمية المتعاونة والمتضمنة في المدارس الابتدائية والثانوية في جنوب شرق انجلترا، وتم دعم الدراسة (المشروع) من قبل المركز الوطني للتميز في تدريس الرياضيات والجمعية البريطانية لتاريخ الرياضيات ، بدأت الدراسة في أيلول(2006) وانتهت في أيلول (2008)، وتم تطبيق الدراسة في ثلاث مدارس ثانوية مع ما مجموعة 15 معلماً اثنان منهم كان تخصصهم علوم، ولكنهما يدرسان الرياضيات للمجموعات الأقل قدرة، كما تضمنت الدراسة ثلاثة مدارس إبتدائية مع ما مجموعة ثلاثة معلمين، أكثر من 450 طالباً تم إشراكه في الدراسة في أوقات مختلفة، والتي تتراوح أعمارهم بين (10 – 14 عاماً)، واستندت الدراسة على فرضية أن تاريخ الرياضيات يساعد في تحسين كل من الدافعية والتحصيل عند استخدامه كخلفية للمحتوى في تدريس الرياضيات، وأظهر المعلمون المشاركون في الدراسة اهتماماً في الحصول على فرصة لتنمية مهاراتهم في التدريس والبحث، الأمر الذي يتطلبه تقديم التاريخ في تدريس الرياضيات تنمية مهاراتهم في استخدام التكنولوجيا الحديثة خاصة الانترنت، وفي الوقت المناسب تم تقديم العناصر التاريخية للطلبة لإظهار كيف تعامل الآخرون مع المشاكل نفسها أو مشاكل مشابهة، والتي أظهرت ما يلي: تعزيز عملية التعلم من خلال عمل اتصالات، زيادة الاهتمام والدافعية من خلال تحديد المشاكل في المحتوى، تعزيز الفهم الرياضي من خلال السياقات التاريخية، كما وأظهرت الدراسة إمكانية توفير مجموعات وشبكات من المعلمين مع مجموعة من المهارات العملية، فضلاً عن اكتساب العديد من التخيلات التعليمية التي يمكن أن تثير الاهتمام في الموضوع وطرق تدريسه، ومنحهم المزيد من الفرص لتطوير وتنمية أجزاء جديدة في مناهج الرياضيات.

وفي الدراسة التي أجراها كل من تروتمان ومكوي (Troutman& Mccoy, 2008) تناولت أثر دروس تاريخ الرياضيات، التي تركز على إنجازات أمريكا اللاتينية وأفريقيا والأمريكيين الافارقة وأفراد من الشرق الاوسط على اتجاهات الطلبة، وتكونت العينة من 15 طالباً مسجلين في مساق الجبر 2 في المدرسة الثانوية للأمريكيين الافارقة، حيث تم دمج الطلبة فقط في 3 ساعات ونصف للتعليم في تاريخ الرياضيات على مدى 4 أسابيع، وتم جمع البيانات من خلال إجراء مقابلة مع الطلبة، وأجاب فيها الطلبة على مجموعة من الاسئلة مفتوحة النهاية

وأسئلة ضمن مقياس ليكرت بهدف قياس اتجاهاتهم نحو الرياضيات، ولتحليل البيانات تم استخدام t-test، وأظهرت النتائج ظهور بعض التغييرات الهامة الطفيفة في الطريقة التي ينظرون بها إلى نجاحهم في الرياضيات، وفائدة الرياضيات، ودورها السباق في تحديد النجاح الرياضي.

وأظهرت الدراسة التي أجراها جودوين (Goodwin, 2007) على معلمي الثانوية الحكومية في كاليفورنيا وجود علاقة ذات دلالة عالية بين معرفة المعلمي بتاريخ الرياضيات وبين معتقداتهم حول الرياضيات، فالمعلمون الذين لديهم درجات منخفضة في التاريخ هم أقل عرضة للاعتقاد أن الرياضيات للجميع وأنها تظهر ثقافات متعددة، والمعلمون الذين لديهم درجات منخفضة في تاريخ الرياضيات منهم أكثر عرضة للاعتقاد بأن الرياضيات مجموعة غير مرتبطة من الحقائق والقوانين والمهارات، وأن كل شيء في الرياضيات معروف بالفعل، أما المعلمون الذين لديهم درجات عالية في تاريخ الرياضيات فإنهم أكثر عرضة للاعتقاد بأن الرياضيات للجميع، وأنها تظهر ثقافات متعددة، والمعلمون الذين لديهم درجات عالية في تاريخ الرياضيات أقل عرضة للاعتقاد بأن الرياضيات مجموعة غير مرتبطة من الحقائق والقوانين والمهارات، وأن كل شيء في الرياضيات معروف بالفعل.

وضع سيوو (Siu, 2007) قائمة حول أسباب عدم إستخدام تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، وتكونت القائمة من 16 فقرة منها 15 فقرة للإجابة والفقرة رقم 16 للنقاش، وتم استخدام هذه القائمة على مجموعة من معلمي الرياضيات وتم جمع البيانات من 608 من المستجيبين وأظهرت الدراسة النتائج التالية:

1. حوالي 53% من المعلمين يرون أن الوقت المحدد في غرفة الصف مشكلة.
2. حوالي 50% من المعلمين وجدوا أن من الصعب تحديد المواد المرجعية، و 78% من المعلمين وجدوا أن تدريب المعلمين على استخدام تاريخ الرياضيات في تعليم الرياضيات وتعلمها غير موجود.
3. حوالي 50% من المعلمين وجدوا أنه من الصعب دراسة المواد الأصلية، و 36% من المعلمين قلقون حول تمرير الأساطير (المألوف) إلى الحقيقة (التاريخ)، أي هل نعرف ماذا حدث في الواقع؟.

4. حوالي 36% من المعلمين يتفقون على أن الطلبة ليس لديهم ما يكفي من الخلفية المعرفية بشكل عام، وفي تقدير تاريخ الرياضيات بشكل خاص.

أجرى رولاندز (Rowlands, 2006) دراسة بعنوان المنحى الثقافي التاريخي في تدريس الهندسة 2، حيث هدفت الدراسة استقصاء أثر إشراك طلبة المدارس في حديثين أصليين (تاريخيين) واللذين كانا السبب الذي أدى إلى طبيعة البرهان، وتم تصميم هذه الدراسة، بحيث تأخذ شكل العمل في مشاريع البحوث التي تنطوي على تاريخ الرياضيات، وكانت التجربة ناجحة حيث كان مستوى المشاركة في كل من المجموعات عالية دائماً، وكان هناك انخفاض في مستوى السلوك المضطرب لدى الطلبة، وذلك بسبب وجود مشاركة واضحة في الانشطة من قبل جميع الطلاب.

وهدفت الدراسة التي أجراها ماسا وآخرون (Massa et al. 2006) إلى تحقيق الأهداف التالية: أولاً تزويد المعلمون بموجز تاريخي عن بداية علم المثلثات مع التركيز على الأفكار المثلثية التي تدرس في المدارس الثانوية، ثانياً إعطاء الطلبة مراجع حول تاريخ علم المثلثات وطرق تدريسها، ثالثاً توفير بيئة تعليمية مع نصوص مثلثية تاريخية مترجمة، وأخيراً وضع أنشطة للطلبة لإظهار طرق مختلفة في التفكير، وأجريت الدراسة على طلبة تتراوح أعمارهم بين (14- 16 عاماً) حيث أظهرت النتائج أن تحليل الطلبة للنصوص التاريخية حَسّنَ من تكوينهم ومنحهم معرفة إضافية حول السياق العلمي والاجتماعي لهذه الفترات، بالإضافة إلى تصميم أنشطة لها علاقة بالعديد من الموضوعات في الهندسة وعلم المثلثات والجبر، والتي تسهم في تحسين التكوين الرياضي للطلبة.

سعت الدراسة التي أجراها ليو (Liu, 2005) إلى التحقيق في كيفية تطوير وجهات نظر طلبة الجامعة التايوانية نحو الرياضيات في مساق المنحى التاريخي لحساب التفاضل والتكامل، وفي بداية الفصل الدراسي أجاب الطلبة على استبانة مفتوحة النهاية، وإجراء بعد ذلك مقابلة مع عينة عشوائية من الطلبة، وقام الطلبة بتجربة حساب التفاضل والتكامل في التسلسل الذي تم تنظيمه في نظام تاريخي، والمشكلات التاريخية التي تلعب دور العامل الرئيسي لدفع الطلبة للبحث عن حلول، ومقارنة طرق التفكير المتنوعة لعلماء الرياضيات في التاريخ، وفي نهاية الفصل

الدراسي أجاب جميع المشاركين على إستبانة مماثلة، كما تم إجراء مقابلة مع الطلبة نفسهم لتحديد ما تحول في وجهات نظرهم نحو الرياضيات بعد أن خضعوا للتجربة، وأظهرت نتائج الدراسة أن المشاركين في البداية كانت وجهات نظرهم نحو الرياضيات تميل الى التعقيد والذعر من الرياضيات، وبعد ذلك أصبح من الممكن أن يقدموا العمليات المنطقية في التعامل مع الرياضيات حتى ذلك أصبحوا يميلون نحو اتجاه معتدل تجاه المعرفة الرياضية وانتقلوا من التركيز على الرياضيات كمنتج الى التركيز على الرياضيات كعملية.

في حين أجرى فيرنغتين (Furinghetti, 2004) دراسة هدفت الى توفير تقرير عن تجربة معلم في تدريس طلبة الصف التاسع والعاشر في إيطاليا بعض العناصر من تاريخ الرياضيات، مثل:

1. أفكار من أعمال علماء الرياضيات المشهورين، وعن لحظات التطور الرياضي، وعن الربط بين الرياضيات والحضارات والثقافة والعلوم الأخرى.
2. تقديم تفسير جديد لنصوص الرياضيات من خلال استخدام المهارات المكتسبة وغيرها من المقررات، مثل إجراء التحليل اللغوي لفهم الوثائق القديمة.

بعد حوالي أسبوعين من انتهاء البرنامج التاريخي تم إعطاء الطلبة استبانة، وذلك بهدف التحقق من فهم الطلبة، وكيف ينظرون للموضوع الجديد في الرياضيات، تكونت الاستبانة من 35 فقرة مغلقة، حيث يمكن استخدام بيانات الاستبانة بشكل مثمر في تدريس المعلمين بوصفه خلفية لمناقشة الأسئلة الآتية:

1. ما الأهداف التربوية التي يمكن لتاريخ الرياضيات تحقيقها؟.
2. هل من الواقعي تصميم سلسلة من الدروس التي تشمل على تاريخ الرياضيات؟.
3. ما الكفاءات التي يمكن تحفيزها من خلال تعليم عناصر من تاريخ الرياضيات؟.
4. هل يمكن للتاريخ أن يغيير إتجاهات الطلبة نحو الرياضيات؟.

عندما تمت مناقشة هذه الأسئلة مع المعلمين، تم ملاحظة أن المعلمين حريصون على قبول تدريس تاريخ الرياضيات كنشاط مفيد في الفصول الدراسية وفقاً لفكرتهم عن معنى تدريس الرياضيات، وأظهرت نتائج الدراسة أن استخدام تاريخ الرياضيات في تدريسها يمكن أن يساهم في تغيير اتجاهات نحو الرياضيات.

وهدفت الدراسة التي أجراها Yevdokimov (2004-b) بعنوان استخدام مواد من تاريخ الرياضيات في التعلم القائم على الاكتشاف، لتبيان أن الطلبة يمكنهم التعلم بفعالية من خلال بيئة صممت بشكل مناسب لتحقيق استخدام مواد من تاريخ الرياضيات، ولقد اختار الباحث هندسة المثلثات كموضوع للبيئة لعدة أسباب، منها: إن لهذا الموضوع مواد تاريخية غنية الواجب استخدامها في التدريس، لتعزيز التفكير الرياضي في المواضيع المقدمة، ومعظم المشاكل في هندسة المثلثات هي اللؤلؤ لهندسة إقليدس، وفي هذه الدراسة تم الدمج بين ثلاثة أشياء مهمة كثيراً في تدريس الرياضيات وهي: تاريخ الرياضيات، والتعلم القائم على الاكتشاف، واستخدام معلومات الاتصالات، وقد تم تصميم كتاب مدرسي للتعلم الإلكتروني يتكون من وحدات صغيرة منفصلة من تاريخ الرياضيات، والتي من جهة أخرى ترتبط مع بعضها بعضاً، ومن ناحية أخرى يمكن للطلبة دراسة هذه الوحد حسب تفضيلهم لها ويتضمن تصميم الكتاب:

1. تم بناء الوحدات على أساس مشكلات أولية مع شرح رياضي ضروري والذي يعطي الوضع التاريخي المناسب لنموذج معين.
2. التخمين والبحث عن الطرق الممكنة لبناء نظرية رياضية صغيرة والتي لها علاقة بالنموذج المعطى.
3. مواصلة تطوير نتائج الطلبة لاكتشاف خصائص أخرى للموضوع الرياضي للنموذج.

وأظهرت النتائج أن الكتاب الإلكتروني عن تاريخ الرياضيات ساعد على إشراك الطلبة في تعلم نشاطات الاكتشاف، وجمع بين المبادرة والسيطرة في وقت واحد، ومن جهة شجع الطلبة على السيطرة على النفس في التحقيقات والبحوث، وأعطى الطلبة إمكانية لوضع المشاكل الرياضية في سياق تاريخي لإجراء تحليل لمواد التعلم واكتشاف الاحتمالات الرياضية لتي هي جديدة تماماً بالنسبة لهم فضلاً عن طرق حل المشكلات.

وفي تجربة طلاب الدنمارك التي أجراها وولف الوارد في كزيلدسن (Wulf, 2004 in Kjeldsen, 2011) كان موضوع البرنامج هو الرياضيات المصرية، حيث تم تطويره واختباره على طلبة الصف العاشر الأساسي في الدنمارك في المدرسة الثانوية في عام 2004 ووضع البرنامج كجزء من دورة معلمي تحت الخدمة في الرياضيات، وتكونت الدورة من حلقات دراسية على مدار ثلاثة أيام، حيث تم تقديم تاريخ الرياضيات والنمذجة الرياضية للمعلمين، وعمل المعلمون في مجموعات صغيرة، وطلب منهم إعداد عشرة دروس، كل درس يتكون من 45

دقيقة، وفي كل درس عليهم تحديد: الأهداف الخاصة بتطويرهم المهني، أهدافهم لتعلم الطلبة، وكيف يضبط الطلبة المشهد الخاص بهم وكيف ينفذون مشاريعهم، وكيفية تقييم تعلم الطلبة. وبعد أن يقوم المعلمون باعداد دروسهم التي تتعلق بدمج الرياضيات المصرية في تدريس الرياضيات للصف العاشر الأساسي يقومون بتطبيق دروسهم على طلابهم- طلبة الصف العاشر-، وأظهرت نتائج الدراسة تنمية الوعى التاريخي لدى الطلبة، والمنهج الحديث المصمم بناء على تاريخ الرياضيات جعل الطلاب يقومون بالعمليات الحسابية بسهولة أكثر مما كان يمكن أن يكون غيرذلك.

وهدفت الدراسة التي أجراها Yevdokimov (a -2004)، بعنوان وجهة نظر في التعلم النشط للرياضيات من خلال السياقات التاريخية، لإظهار أن الطلبة يمكنهم التعلم بفعالية من خلال بيئة مصممة تاريخياً بشكل مناسب، حيث تم تصميم وحدات للتعلم النشط في الهندسة مدعم بمواد من تاريخ الرياضيات، وكانت مهمة المعلمين المشاركين في التجربة مساعدة الطلبة في اكتشاف أي خاصية ينبغي على الطلبة القيام بها بأنفسهم، والسؤال الرئيس للتحقق من أعمال الطلبة في جميع أجزاء الوحدة هو: أين ومتى ولماذا هذه المواضيع الرياضية؟ وأظهرت الدراسة أن المحتوى التاريخي في التعلم النشط للرياضيات له أهمية لا تقدر بثمن، فهو وسيلة فعالة لتعلم وتعليم المواضيع الرياضية الحديثة من خلال النصوص التاريخية، كما ويسهم في تطوير التفكير الإبداعي لدى الطلبة.

وهدفت الدراسة التي أجراها بنجلي (Pengelley, 2002) إلى تطبيق مساق في الدراسات العليا حول دور تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، والمنبثق من برنامج الدراسات العليا مع المصادر التاريخية والتعاون مع مدرسين في المدارس الثانوية، وطلبة الدراسات العليا في هذا المساق تعلموا استخدام المصادر التاريخية من جميع أنحاء العالم، وإعداد نماذج تدريسية لتحديد اختياراتهم، التي عادة ما تستند على مصادر ومواد تاريخية أصلية، وتم مناقشة طلبة الدراسات العليا في المساق لدور التاريخ في تدريس الرياضيات مع التركيز الخاص على المصادر الأصلية، يجمع المساق بين ثلاثة أنشطة رئيسة نحو تحقيق الأهداف، وهي: يجب أن يبدأ الطلبة بدراسة بعضاً من تاريخ الرياضيات، حيث أن الكثير لديهم القليل منه، يجب على الطلبة دراسة مواد تاريخية من جميع أنحاء العالم ونقدها، والتي ستتم مناقشتها والتجادل حولها

وتوضيحها وتحليلها والعديد من الطرق لدمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، ويجب على كل طالب التعرف إلى المصادر المتاحة، ثم اختيار مواضيع تاريخية معينة، والمواد ذات الصلة وتكييفها لمصالحهم وظروفهم لتطوير وحدة تعليمية كبيرة، وأظهرت النتائج أن بعض طلبة الدراسات العليا انتقلوا إلى استخدام مصادرهم في تدريسهم المستقبلي،وبعضهم وجد أن المساق وتجربتهم كان لها تأثير إيجابي على سحرهم كمعلمين محتملين أو ما بعد الدكتوراة على زملائهم أصحاب العمل في الجامعة وبعض الطلاب استمروا وقاموا بعمل مشروع تخرجهم عن تاريخ الرياضيات واستخدامه في التدريس.

وفي الدراسة التي أجراها فان أميروم (van Amerom, 2002) طرح السؤال التالي: ما أثر استخدام تاريخ الجبر في تعلم الجبر وتعليمه، حيث تم إجراء التجربة في 6 مدارس، 4 منهم مدارس إبتدائية، حيث كان الصف السادس ضمن عينة الدراسة، ومدرستين ثانويتين، حيث وكان الصف السابع ضمن عينة الدراسة، وأثر التعلم والتعليم بالطريقة التاريخية وحل المشكلات في التعليم الابتدائي تأثيراً مختلفاً عما هو في المدرسة الثانوية، ففي المدرسة الابتدائية كان انعكاس المشاكل والطرق ليس صريحاً في المواد التعليمية، ولكن تم تقديمه من خلال المعلم، وفي المدرسة الثانوية مستوى الطلبة يتطلب تعليقاً أكثر مباشرة في الجوانب التاريخية، وقبل بدء التجربة كان لدى معلم إحدى المدارس اهتماماً في تاريخ الرياضيات لذلك كان حماسه وتقديره لدمج تاريخ الرياضيات قد ساهم في ردود أفعال إيجابية من قبل الطلبة، وأظهرت نتائج الدراسة أن تأثير دمج تاريخ الرياضيات على تعلم الطلبة وتعليمهم كان إيجابياً في المدرسة الثانوية أكثر مما كان عليه في المدرسة الابتدائية، فالطلبة يكونوا أكثر إيجابية مع تاريخ الرياضيات إذا كان المعلم نفسه متحمساً لدمج تاريخ الرياضيات في تدريسه للرياضيات.

2.2.2. المحور الثاني: بعض الدراسات التي تتعلق باستخدام المنحى التاريخي في تدريس المواد العلمية الأخرى:

الدراسة التي أجراها جليلي (Galili, 2008) في تطبيق تاريخ الفيزياء في تدريس الفيزياء كانت في اتجاهين : الاتجاه الأول يستند على الأبحاث التقليدية، كما هو الحال في العديد من البلدان، والاتجاه الثاني التحقق من الفهم الخاطئ للطلبة في مقرر البصريات، وتمكنت الدراسة من تأسيس بنية معرفية للطلبة تتكون من عدة مفاهيم تاريخية طبقت الدراسة على عينة من طلبة الصف العاشر حيث تم وضع كتاب جديد يقدم المواضيع كاكتشافات معرفية بما يتماشى مع المناهج المدرسية، وجذب الانتباه لمنطق النظريات الفيزيائية القديمة وجذب الانتباه لعملية نضوج الطرق العلمية، أظهرت نتائج الدراسة أن الطريقة التاريخية انعكست إيجابياً على تطوير المفاهيم الفيزيائية لدى الطلاب وتغيير الفهم الخاطئ لديهم.

هدفت الدراسة التي أجراها ماسون وليجندر(Masson& Legendre , 2008) إلى البحث في أثر استخدام المجاهر التاريخية في التغيير المفاهيمي في الميكانيكا، شارك في الدراسة 6 طلاب من الصف الخامس في المدارس الابتدائية بشكل مزدوج في خمس مقابلات شبه موجهة من 45 دقيقة تعاملوا فيها مع ثلاثة مجاهر تاريخية، وتم تحليل التغيير المفاهيمي لدى الطلبة وأظهرت النتائج التغيير في المفاهيم التالية: التشكيك في فكرة أي جسم يتحرك فسوف يتوقف في النهاية المطاف، وزيادة أهمية عناصر المحتوى في وضع نماذج تقسيمية.

وسعت الدراسة التي أجراها مملوك نعمان وآخرون (Mamlok-Naaman et al. 2005) إلى معرفة اتجاهات الطلبة الذين لم يتخصصوا في العلوم (فرع أدبي) نحو العلوم من خلال استخدام تاريخ العلم، طبقت الدراسة على طلبة الصف العاشر الأساسي في المدارس الثانوية التي تقع في الجزء الاوسط من إسرائيل، وتكونت العينة من 90 طالباً غير علميين "الطلبة الذين اختاروا عدم التخصص في العلوم" في ثلاثة صفوف، كل صف في مدرسة تتراوح أعمارهم بين (15− 16 عاماً) من مستويات اقتصادية متوسطة ومرتفعة، درس الطلبة مادة مصممة وفق المنحى التاريخي لمدة 40 جلسة، كل منها 50 دقيقة وثلاثة مدرسين ذوي خبرة، وتم جمع البيانات من الطلبة عن طريق مقابلة مع الطلبة وملاحظات النشاطات الصفية ومحادثة غير

رسمية مع الطلبة خلال الاستراحة، وللمقابلة طلب الباحث من المعلم أن يختار 4 طلاب لإجراء مقابلة معهم اثنين منهم ذوي تحصيل مرتفع، واثنين منهم ذوي تحصيل منخفض، ولتحليل البيانات النوعية تم مقارنة البيانات من المقابلة والملاحظات وعند الحاجة تم أخذ البيانات التي تم جمعها من المحادثات غير الرسمية مع الطلبة، وقبل تطبيق الدراسة كانت اتجاهات الطلبة سلبية نحو العلوم، ولم يستطيعوا رؤية أهمية تعلم العلوم، وحقيقة أن العلوم تثير الفضول والحماس وتشجع على التفكير ولم يظهر اختلاف في اتجاهات الطلبة ذوي التحصيل المنخفض والطلبة ذوي التحصيل المرتفع قبل الدراسة، وأظهرت نتائج الدراسة تغير في إتجاهات الطلبة نحو العلوم ودراسة العلوم، وأصبحوا مهتمين في العلم والحقائق العلمية والتفاعل بين العلم والتكنولوجيا، وأظهروا اتجاهات إيجابية نحو دراسة العلوم باستخدام المنحى التاريخي.

وفي الدراسة التي أجراها عدس (2004) والتي هدفت إلى معرفة اثر استخدام المنحى التاريخي في فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية ولطبيعة العلم، ولتحقيق هدف هذه الدراسة صممت وحدة دراسية بأسلوب طريقة الحالات التاريخية في تدريس العلوم، كما صمم اختبار لقياس فهم الطلبة لطبيعة العلم، وآخر لقياس فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية، طبقت الدراسة على عينة من طلاب الصف التاسع في الاردن، وتكونت العينة من (308) طلبة مقسمين على ثماني شعب، (168 من الإناث و 140 من الذكور) وقسمت العينة حسب مستوى التحصيل في العلوم إلى مستويين (مرتفع، منخفض)، وخصصت إحدى الشعبتين من كل مدرسة من المدارس الأربعة لتكون شعبة تجريبية تدرس الوحدة وفق المنحى التاريخي، والآخرى ضابطة تدرس الوحدة كما وردت في كتاب الاحياء المقرر للصف التاسع الاساسي، وطبقت الاختبارات قبل بدء التجريب وبعده، أظهرت نتائج الدراسة: وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α= 0.05) في فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية ولصالح المجموعة التجريبية، وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α= 0.05) في فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية يعزى للتفاعل بين طريقة التدريس والجنس ولصالح الإناث، وعدم وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α= 0.05) في فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية يعزى للتفاعل بين طريقة التدريس ومستوى التحصيل في العلوم، وعدم وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α= 0.05) في فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية يعزى للتفاعل بين طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل، ووجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى

الدلالة (α= 0.05) في فهم الطلبة لطبيعة العلم في الأبعاد التي قاسها اختبار طبيعة العلم، ولصالح المجموعة التجريبية.

وهدفت الدراسة التي أجراها لونسبري وإليس (Lonsbury& Ellis, 2002) إلى معرفة ماذا إذا كان التركيز الصريح على الاسس المعرفية والتاريخية لتأثير الفكرة العلمية يزيد من فهم الطلبة لطبيعة المفاهيم العلمية دون التقليل من محتوى المعرفة، وتكون مجتمع الدراسة من طلبة الأحياء في المدرسة الثانوية، وتكونت العينية من 107 طالباً أعمارهم تتراوح بين (14 – 17 عاماً)، ومعظم الطلاب من الصف التاسع وثلاثة طلاب من الصف العاشر منهم 54 من الإناث و 53 من الذكور، وطبقت الدراسة في مساق مقدمة في علم الأحياء في ربيع عام 2001 في وحدة الوراثة، واستمرت حوالي 4 أسابيع، وتضمنت 18 حصة تعليمية مدتها حوالي(25 –90 دقيقة)، وكانت الدراسة شبه تجريبية وتصميم قبلي وبعدي، وتهدف الى استقصاء أثر دمج تاريخ العلم في تدريس العلوم على معرفة الطلاب بالمحتوى ومعرفتهم لطبيعة العلم، تم توزيع الطلبة على أربع مجموعات بصورة عشوائية: مجموعتين تجريبية ومجموعتين ضابطة، وتم استخدام امتحان للوارثة كاختبار قبلي وبعدي، وتم التأكد من صدقه بعرضه على ثلاثة من معلمي الأحياء من خلال تحليل الأسئلة ومقارنتها مع المعايير الدولية لتدريس العلوم، وتحديد مستوى بلوم لكل سؤال بين الفهم والتطبيق، تم تحليل البيانات باستخدام الــ ANCOVA، وأظهرت النتائج بأن دمج تاريخ العلم في تعليم الصفوف العادية قد يكون وسيلة لزيادة فهم الطلبة لطبيعة المفاهيم العلمية كما ان دمج تاريخ العلم لا يقلل من اكتساب الطلبة لمعرفة المحتوى.

والدراسة التي أجراها سولمون وآخرون (Solomon et al. 1992) في التدريس عن طبيعة العلم من خلال التاريخ حيث ترصد الدراسة تعلم الطلبة البريطانيين عن طبيعة العلم باستخدام بعض الجوانب المتعلقة بتاريخ العلم واستغرقت الدراسة حوالي 18 شهراً ما يقارب خمسة فصول دراسية، واشترك فيها معلمون مدربون على استخدام المواد التاريخية المكتوبة خصيصاً لهذه الدراسة، وطبقت الدراسة على طلبة من المدارس المتوسطة تتراوح أعمارهم بين (11– 14 عاماً)، وأظهرت نتائج الدراسة التقدم الكبير في فهم بعض مجالات طبيعة العلم والمجالات الأخرى، وأظهرت تغييراً بسيطاً أثرت فيها.

3.2.2. المحور الثالث: بعض الدراسات التي تبحث في المفاهيم الرياضية:

سعت دراسة ابو هلال (2012) إلى معرفة أثر التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الأساسي في غزة، ولتحقيق أهداف الدراسة تم إعداد دليل المعلم لاستخدام أنشطة التمثيلات الرياضية لتدريس وحدتي النسبة والتناسب والنسبة المئوية، واختبار اكتساب المفاهيم الرياضية ومقياس الميل نحو الرياضيات، وقد اعتمد الباحث على المنهج التجريبي في ،دراسته وطبقت الدراسة على عينة بلغ عددها (80) طالباً، وتوصلت الدراسة إلى النتائج التالية : توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha = 0.05$) بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية ومتوسط أقرانهم في المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي، وذلك لصالح طلاب المجموعة التجريبية، وتوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند متسوى دلالة ($\alpha = 0.05$) بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية في مقياس الميل نحو الرياضيات ومتوسط أقرنهم في المجموعة الضابطة لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

وأجرى الخطيب (2012) دراسة هدفت إلى تقصي أثر استراتيجية تدريسية (PDEODE) قائمة على المنحى البنائي في التفكير الرياضي واستيعاب المفاهيم الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف العاشر الأساسي في الأردن، تكونت عينة الدراسة من (100) طالب من طلاب الصف العاشر الأساسي قسموا عشوائياَ إلى مجموعتين : تجريبية درست استخدام استراتيجية تدريسية (PDEODE) قائمة على المنحى البنائي، وضابطة درست بالطريقة الاعتيادية، ولقد استخدمت الدراسة الأدوات الآتية: المادة التعليمية بعد اعادة صياغتها باستخدام استراتيجية تدريسية (PDEODE) قائمة على المنحى البنائي واختبار التفكير الرياضي واختبار استيعاب المفاهيم الرياضية والاحتفاظ بها ،وقد أظهرت النتائج المتعلقة بالتفكير الرياضي واستيعاب المفاهيم الرياضية والاحتفاظ بها، تفوق طلاب المجموعة التجريبية على طلاب المجموعة الضابطة.

وهدفت الدراسة التي أجراها الشرع (2012) إلى تقصي أثر استخدام استراتيجية التغيير المفاهيمي في احتفاظ الطلبة ببعض مفاهيم الرياضيات في الاردن، ولتحقيق هدف الدراسة طبق

اختبار تحصيلي بعد الانتهاء من تدريس مفاهيم الرياضيات ، ثم أعيد تطبيقه بعد خمسة أسابيع على أفراد الدراسة المتوفرة المؤلفة من (102) طالب وطالبة ،وزعوا عشوائياَ على مجموعتين التجريبية (52) والضابطة (50)، أظهرت نتائج الدراسة وجود فرق ذي دلالة إحصائية في احتفاظ الطلبة بالمفاهيم عند (α= 0.05) لصالح طلبة المجموعة التجريبية ، كما أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية في احتفاظ الطلبة بالمفاهيم تبعا للمتغيرات : التخصص ولصالح التخصصات غير معلم صف، ولمستوى التحصيل ولصالح مرتفعي التحصيل، بينما لم تكشف نتائج الدراسة عن فروق ذات دلالة إحصائية تعزى لمتغير المستوى الدراسي.

وفي الدراسة التي أجراها سالم (2011) التي هدفت إلى معرفة أثر استخدام مخططات المفاهيم في علاج المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى طلبة الصف العاشر الأساسي بغزة، واتبع الباحث في دراسته المنهجين الوصفي والتجريبي، حيث تكونت عينة الدراسة الوصفية من(207) طالب، ومنهم (98) طالبة في الصف العاشر الأساسي بشمال غزة، لذلك قام الباحث بإعداد اختبار تشخيصي لتحديد المفاهيم الرياضية الخاطئة في وحدة المنطق في الصف العاشر الأساسي، وتم اختيار عينة تجريبية قصدية مكونة من (4) شعب: شعبتين للذكور احداهما ضابطة والأخرى تجريبية وبلغ حجم العينة (207) طالب وطالبة، وقام الباحث بتطبيق اختبار تشخيصي للأخطاء قبلياً وبعدياً على عينة الدراسة التجريبية، وباستخدام (ت) لعينتين مستقلتين، واختبار مربع إيتا للتأكد من أن حجم الفروق جوهرية وليست نتيجة للصدفة، وبالإضافة إلى اختبارت معامل ارتباط بيرسون لحساب الاتساق الداخلي سبيرمان وبراون للتجزئة النصفية المتساوية ومعادلة كودر – ريتشارد سون 21، وقد أظهرت الدراسة فعالية استخدام مخططات المفاهيم التي اتبعها الباحث في علاج المفاهيم الرياضية الخاطئة لطبة الصف العاشر، ومن خلال التوصل للنتائج التالية: توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى (α = 0.01) في الاختبار البعدي بين متوسط درجات طلبة المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة التقليدية، ومتوسط درجات طلبة المجموعة التجريبية الذين درسوا باستخدام مخططات المفاهيم، وتوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى(α =0.01) في الاختبار البعدي بين متوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة التقليدية ومتوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين درسوا باستخدام مخططات المفاهيم، وتوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (α = 0.01) في الاختبار

البعدي بين متوسط درجات طالبات المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة التقليدية ومتوسط درجات طالبات المجموعة التجريبة الذين درسوا باستخدام مخططات المفاهيم.

وهدفت الدراسة التي أجراها أبو مصطفى (2011) إلى التعرف إلى أثر استخدام نموذج بايبي في اكتساب المفاهيم الرياضية لدى طلاب الصف السابع في مادة الرياضيات وميولهم نحوها في غزة، وتكونت عينة الدراسة من (65) طالباً تم اختيارهم بصورة قصدية من مدرسة ذكور، وقسمت العينة الى مجموعيتن مجموعة تجريبة وتكونت من (32) طالباً درست باستخدام نموذج بايبي ومجموعة ضابطة تكونت من (33) طالب درست بالطريقة التقليدية، ولأغراض الدراسة قام الباحث بإعداد الأدوات التالية : اختبار تحصيلي لقياس المفاهيم الرياضية، وبلغ ثبات الاختبار عن طريق التجزئة النصفية (0.877)، وكان معامل الثبات الكلي (0.913)، وهذا يدل على أن الاختبار تمتع بدرجة عالية، ومقياس الميول نحو الرياضيات، وبلغ ثبات المقياس عن طريق التجزئة النصفية (0.897)، وكان معامل الثبات الكلي (0.942) باستخدام طريقة كرونباخ الفا، وهذا يدل على أن المقياس تمتع بدرجة عالية، واظهرت نتائج الدراسة ما يلي : وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى ($0.05 \leq \alpha$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في الاختبار التحصيلي للمفاهيم الرياضية لصالح المجموعة التجريبية، ووجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى ($0.05 \leq \alpha$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقياس الميل نحو الرياضيات لصالح المجموعة التجريبية.

وأجرى محمد وعبيدات (2010) دراسة هدفت إلى استقصاء أثر استخدام الألعاب التربوية المحوسبة في تحصيل بعض المفاهيم الرياضية لتلاميذ الصف الثالث الأساسي في إربد مقارنة بالطريقة التقليدية، وقد تكونت عينة الدراسة من (68) طالبا وطالبة، قسموا إلى أربع مجموعات تجريبية وضابطة، دُرست وحدات الضرب والقسمة والكسور، وتم تطوير اختبار تحصيلي في الوحدات المذكورة من مبحث الرياضيات لقياس التحصيل المباشر والمؤجل، وكان ذا صدق وثبات كافيين ثم تطبيقه على عينة الدراسة، وأجريت التحليلات الإحصائية المناسبة، وأشارت النتائج إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائياً في التحصيل المباشر والمؤجل تعزى إلى طريقة التدريس ولصالح المجموعة التجريبية، وعدم وجود فرق دال إحصائيا في التحصيل المباشر والمؤجل تعزى للجنس والتفاعل بين الطريقة والجنس.

والدراسة التي أجراها البلعاوي (2009) التي هدفت إلى معرفة أثر استخدام بعض الاستراتيجيات التغيير المفهومي في تعديل المفاهيم الرياضية البديلة لدى طلبة الصف العاشر الأساسي بغزة، واتبع الباحث في دراسته المنهجين الوصفي والتجريبي، حيث تكونت عينة الدراسة الوصفية من (326) طالبا وطالبة من اصل (3263) طالبا وطالبة في الصف العاشر الاساسي بمدينة غزة لذلك قام الباحث باعداد اختبار تشخيصي لتحديد المفاهيم البديلة في وحدة المنطق للصف العاشر الأساسي، تم اختيار عينة تجريبية قصدية مكونة من (4) شعب شعبتين الذكور احداهما ضابطة والاخرى تجريبية وشعبتين للاناث احداهما ضابطة والاخرى تجريبية، وبلغ حجم العينة (170) طالبا وطالبة، وقام الباحث بتطبيق اختبار تشخيصي للأخطاء قبلياً وبعدياً على عينة الدراسة التجريبية وباستخدام (ت) لعينتين مستقلتين، واختبار مربع ايتا للتأكد من حجم الفروق الجوهرية وليست نتيجة الصدفة وبالاضافة الى اختبارات معامل بيرسون لحساب الاتساق الداخلي سبيرمان وبراون للتجزئة النصفية المتساوية ومعامل ارتباط كرونباخ الفا، وقد أظهرت الدراسة فعالية استراتيجيات التغير المفهومي التي اتبعها الباحث في تعديل المفاهيم الرياضية البديلة لطلبة الصف العاشر ومن خلال التوصل للنتائج الآتية : توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى (α = 0.01) في الاختبار البعدي بين متوسط درجات طلبة المجموعة الضابطة، الذين درسوا بالطريقة التقليدية ومتوسط درجات طلبة المجموعة التجريبية الذين درسوا باستخدام استرتيجيات التغير المفهومي، وتوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (α = 0.01) في الاختبار البعدي بين متوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة التقليدية، ومتوسط درجات المجموعة التجريبية الذين درسوا باستخدام استرتيجيات التغير المفهومي، توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى (α= 0.01) في الاختبار البعدي بين متوسط درجات طالبات المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة التقليدية ومتوسط درجات طالبات المجموعة التجريبية الذين درسوا باستخدام استراتيجيات التغير المفهومي.

وسعت الدراسة التي أجراها ضهير(2009) إلى معرفة أثر استخدام استراتيجية التعلم التوليدي في علاج التصورات البديلة لبعض المفاهيم الرياضية لدى طلاب الصف الثامن الأساسي، وتكونت عينة الدراسة من (72) طالباً من طلاب الصف الثامن الأساسي في غزة، قسموا إلى مجموعتين: إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة تم تطبيق قبلي لاختبار تشخيص التصورات البديلة للمفاهيم الرياضية على المجموعتين، وبعدها درست المجموعة التجريبية

باستخدام استراتيجية التعلم التوليدي والمجموعة الضابطة الأخرى بالطريقة العادية التقليدية، وبعد الانتهاء من تطبيق الدراسة طبق الباحث الاختبار مرة أخرى على طلاب المجموعة التجريبية والضابطة، وللإجابة على أسئلة الدراسة تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة، وكذلك استخدام اختبار T-Test واختبار مان – وتني (يو)، واستخدام مربع ايتا للتأكد من حجم التاثير الناتجة ليست نتيجة الصدفة والعشوائية، وقد أظهرت نتائج الدراسة فاعلية استراتيجية التعلم التوليدي لدى طلاب الصف الثامن الأساسي من خلال توصل الدراسة إلى النتائج التالية: توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى ($\alpha \leq$ 0.05) بين متوسط درجات الطلاب في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار تشخيص التصورات البديلة البعدي، وتوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسط درجات الطلاب مرتفعي التحصيل في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار تشخيص التصورات البديلة البعدي، وتوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسط درجات الطلاب منخفضي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار تشخيص التصورات البديلة البعدي.

وفي الدراسة التي أجراها لوا (2009) والتي هدفت إلى معرفة أثر استخدام استراتيجية دينز في اكتساب المفاهيم الرياضة والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف السادس الأساسي بغزة، قام الباحث باختيار العينة بطريقة قصدية وتكونت عينة الدراسة من (81) طالبا من طلاب الصف السادس الأساسي موزعين على صفين دراسيين، حيث اعتبر إحداهما المجموعة التجريبية، وبلغ عدد طلابه (41) طالبا، بينما مثل الآخر المجموعة الضابطة، وعدد طلابه (40) طالباً، وتأكد الباحث من تكافؤ المجموعتين الدراسيتين من حيث العمر الزمني والتحصيل في الرياضيات والاختبار القبلي البعدي المؤجل، وقام الباحث بإعداد أدوات الدراسة، وهي : دليل المعلم لوحدة (مقدمة الجبر)، وذلك لتحديد المفاهيم الورادة في الوحدة الدراسية، بالإضافة إلى اختبار مكون من (28) فقرة لاكتساب المفاهيم الرياضية، وتم التأكد من صدق المحتوى لكليهما بعرضهما على لجنة من المحكمين، وأيضا تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية للتأكد من ثبات الاختبار بطرية التجزئة النصفية، حيث بلغ (0.895) وطريقة كودر ريتشاردسون حيث بلغ (0.879) كما تم حساب الاتساق الداخلي لكل فقرة من فقرات الاختبار مع البعد الذي تنتمي إليه وأيضا كل بعد من أبعاد الاختبار والاختبار الكلي، وقد قام الباحث باستخدام اختبار (ت) لعينتين مستقلتين

للتعرف إلى دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب في المجموعتين الضابطة والتجريبية واختبار مان – ويتني (U) للتعرف على دالة الفروق بين الطلاب مرتفعي التحصيل ومنخفضي التحصيل في كلتا المجموعتين في اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية، وقد أظهرت نتائج التحليل الإحصائي ما يلي: توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسط درجات المجموعة التجريبية ومتوسط درجات أقرانهم في المجموعة الضابطة في اكتساب المفاهيم الرياضية لصالح المجموعة التجريبية، وتوجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسط الطلاب مرتفعي التحصيل في المجموعة التجريبية ومتوسط درجات أقرانهم في المجموعة الضابطة في اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية لصالح المجموعة التجريبية، وتوجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسط الطلاب منخفضي التحصيل في المجموعة التجريبية ومتوسط درجات اقرانهم في المجموعة الضابطة في اختبار المفاهيم الرياضية لصالح المجموعة التجريبية، لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسط الطلاب في المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار المفاهيم الرياضية ومتوسط درجاتهم عند التطبيق المؤجل لنفس الاختبار.

وهدفت الدراسة التي أجراها أحمد (2003) إلى معرفة مستوى اكتساب طلبة الصف السادس للمهارات الحسابية الأساسية ومعرفة مستوى اكتسابهم للمفاهيم والمهارت الجبرية، والتعرف إلى العلاقة بين مستوى اكتسابهم للمهارات الحسابية الأساسية واكتسابهم للمفاهيم والمهارات الجبرية، ومعرفة الفروق في كلّ من اختبار المهارات الحسابية الأساسية، واختبار المفاهيم والمهارات الجبرية عن الطلبة الذكور والإناث، وتكونت عينة الدراسة المعتمدة من (635) طالباً وطالبة في جنين وقباطية، منهم (322) طالباً و (313) طالبة، وتم اختيار عينة الدراسة بطريقة عشوائية، استخدمت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، واستخدم معامل ارتباط بيرسون واستخدم اختبار مربع كاي، وأعد الباحث اختبارين : أحدهما يقيس مستوى اكتساب الطلبة للمهارة الحسابية الأساسية الواردة في منهاج الرياضيات الجديدة، والآخر يقيس مستوى اكتساب الطلبة للمفاهيم والمهارات الجبرية في منهاج الرياضيات الجديدة، وتحقق من صدق المحتوى لكلا الاختبارين السابقين وبوساطة لجنة من المحكمين، وتم حساب معامل الثبات لكل منهما، حيث كان معامل ثبات اختبار المهارات الحسابية الأساسية (0.89)، ومعامل ثبات اختبار المفاهيم والمهارت الجبرية (0.77)، وأظهرت نتائج الدراسة تدنياً ملموساً في اكتساب

الطلبة للمهارات الحسابية الأساسية، وبينما اكتسابهم للمفاهيم والمهارات الجبرية كان مقبولا، وأنه توجد علاقة إيجابية بين مستوى اكتساب الطلبة للمهارات الحسابية الأساسية واكتسابهم للمفاهيم والمهارات الجبرية، وبلغت قيمة مربع كاي مساوى الدلالة الإحصائية ($\alpha = 0.05$) على اختبار المهارات الحسابية الاساسية في إحدى عشرة فقرة، وكان الفارق لصالح الإناث، ما عدا الفقرة (12) حيث كان الفارق لصالح الذكور، وأما اختبار المفاهيم والمهارات الجبرية فقد بلغت قيمة مربع كاي مستوى الدلالة الاحصائية ($\alpha = 0.05$) في الفقرتين (1) و (3)، وكان الفارق لصالح الإناث وفي الفقرات (5) (11) (13) كان الفارق لصالح الذكور.

4.2.2. تعقيب على الدراسات السابقة:

بالنسبة للأهداف:

1. هدفت بعض الدراسات إلى التعرف على اتجاهات معلمي الرياضيات في الخدمة وقبل الخدمة حول استخدام ودمج تاريخ الرياضيات، بالإضافة إلى معرفتهم في تاريخ الرياضيات في تدريسهم، مثل دراسة: (Alpaslan, 2012; Horton& Panasuk, 2011; Burns, 2010 ; Siu,2007; Goodwin, 2007 ; Liu, 2005)
2. بينما هدفت بعض الدراسات الأخرى إلى استخدام أساليب مختلفة لدمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، وتصميم وحدة بالاعتماد على تاريخ الرياضيات مثل استخدام المصادر الأصلية، واستخدام الدراما ولعب الأدوار، ومعرفة أثرها على تحصيل الطلبة واتجاهاتهم نحوها وواحدة من الدراسات هدفت إلى معرفة أثر استخدام تاريخ الرياضيات في تنمية الحس العددي لدى الطلبة، مثل دراسة: (Jankvist,2012; Mota et al. 2012; Tsiapou& Nikolantonakr, 2012; Bayam, 2012; Guillemette, 2012; Alpaslan& Guner, 2012; Yee, 2011; Yee& chapman, 2010; Haverhals& Roscoe, 2010; Ho, 2008; Lawrence, 2008; Troutman& Mccoy, 2008; Rowlards, 2006; Massa et al., 2006; Furinghetti, 2004; Wulf, 2004 in Kjeldsen, 2011; van Amerom, 2002; Pengelley, 2002)
3. وهناك بعض الدراسات التي هدفت الى التعرف إلى أثر الدمج بين تاريخ الرياضيات والتعلم النشط في الرياضيات، وكذلك الدمج بين التعليم الإلكتروني والتعلم القائم على الاكتشاف وتاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات مثل دراسة: (Yevdokimov, 2004- a; Yevdokimov, 2004- b)
4. وهناك دراسة مسحية هدفت الى مسح برامج إعداد معلمي الرياضيات للتعرف إلى مدى تضمين تاريخ كمتطلب في برنامج إعداد معلمي الرياضيات: (Clark, 2011) .
5. بينما الدراسات الخاصة باستخدام المنحى التاريخي في المواد العلمية هدفت إلى معرفة أثر استخدامه في فهم المفاهيم العلمية (الفيزيائية، البيولوجية) واتجاهات الطلبة نحو العلم وطبيعة العلم، ومنها من بحث في أثر استخدام المجاهر التاريخية في فهم المفاهيم، مثل: الدراسة العربية (عدس، 2004) والدراسات الاجنبية ومنها:

(Galili, 2008; Masson& Legendre, 2008; Mamlok-Naaman et al., 2005; Lonsbury& Ellis, 2002; Solomon et al., 1992,)

6. أما بالنسبة للدراسات التي بحثت في فهم المفاهيم الرياضية، فجميع هذه الدراسات بحثت في أثر استخدام إستراتيجيات تدريس مختلفة في اكتساب وفهم المفاهيم الرياضية لدى الطلاب.

وتشابهت الدراسة الحالية مع بعض الدراسات السابقة من حيث الهدف العام مثل الدراسة العربية (عدس، 2004) ومن الدراسات الاجنبية
(Yee, 2011; Yee& Chapman, 2010, Haverhals& Roscoe, 2010; Ho, 2008; Troutman& Mccoy,2008)

في حين تميزت هذه الدراسة عن غيرها من الدراسات من حيث شموليتها للأهداف السابقة، حيث تبحث في أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى الطلبة واتجاهاتهم نحوها، وقد تضمن ذلك إعادة تطوير وتصميم الوحدة التعليمية وفق المنحى التاريخي، كذلك تميزت بمتغيراتها التابعة، والتي تمثلت في فهم المفاهيم الرياضية والاتجاهات نحو الرياضيات.

بالنسبة للعينة المختارة:

اختارت مجموعة من الدراسات عينة الدراسة من طلبة المدارس والجامعات، بعضهم الآخر اختار معلمين ضمن الخدمة ومعلمين قبل الخدمة، واختارت إحدى الدراسات طلبة رياض الاطفال عينة لها.

وبالنسبة للدراسة الحالية فقد تم اختيار عينة الدراسة من طلبة الصف التاسع الأساسي التي تتراوح أعمارهم من (14 – 15 عاماً)، وهذا يتفق مع عينة الدراسة لكل من (عدس، 2004؛ Lonsbury& Ellis, 2002؛ Furinghetti, 2004؛Massa et al., 2006).

بالنسبة لأدوات الدراسة:

معظم الدراسات الأجنبية اعتمدت أدوات كمية لجمع البيانات، تمثلت في الاستبانات والاختبارات، وبعضها اعتمد أدوات نوعية لجمع البيانات تمثلت في المقابلة والملاحظات الصفية

وبغضها الآخر استخدم الأدوات الكمية والنوعية في دراساته، أما بالنسبة للدراسة الحالية فقد اعتمدت الباحثة أدوات كمية، تمثلت في اختبار لفهم المفاهيم الرياضية ومقياس للاتجاه نحو الرياضيات وهذا ما يتفق مع أدوات الدراسة لكل من (عدس، 2004؛ لوا، 2009؛ أبومصطفى، 2011، الخطيب، 2012؛ ابو هلال، 2012؛ Alpaslan, ؛ Lonsbury& Ellis, 2002 2012؛ Yee, 2011).

بالنسبة لمنهج الدراسة:

معظم الدراسات الأجنبية اعتمدت البحث التجريبي وبعضها الآخر اعتمد البحث الوصفي، ومنها ما اعتمد البحوث المختلطة (كمياً ونوعياً) أما الدراسات العربية وغالبيتها تناولت البحث الكمي والمنهج التجريبي، وقد اتبعت الدراسة الحالية المنهج التجريبي والتصميم شبه التجريبي.

بالنسبة للنتائج المتعلقة بالدراسات السابقة:

أكدت جميع الدراسات السابقة على فعالية استخدام تاريخ الرياضيات في تدريسها الرياضيات، ومما سبق نلاحظ تأكيد الأدب التربوي السابق والدراسات السابقة على أهمية أدوار المعلم، وأهمية معرفته بتاريخ الرياضيات، بالإضافة للاهتمام الأجنبي الكبير بدمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، كما تبين أن هناك قصوراً واضحاً في الدراسات والأبحاث العربية في دمج تاريخ الرياضيات في تدريسها، فلم يكن هناك دراسات عربية تبحث في هذا المجال على وجه الخصوص – على حد علم الباحثة –، أما هذه الدراسة فتميزت عن الدراسات السابقة في أنها تناولت أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، وقد تم الاستفادة في هذه الدراسة من الدراسات السابقة في صياغة بنود الاختبار كما تم الاستفادة منها في بناء وتصميم الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، بالإضافة الى اختيار الأساليب الإحصائية المناسبة.

الفصل الثالث

طريقة الدراسة وإجراءاتها

1.3 منهج الدراسة

2.3 مجتمع الدراسة

3.3 عينة الدراسة

4.3 أدوات الدراسة

5.3 إجراءات تطبيق الدراسة

6.3 متغيرات الدراسة

7.3 تصميم الدراسة

8.3 الإحصاء المستخدم

الفصل الثالث

طريقة الدراسة وإجراءاتها

يتناول هذا الفصل الإجراءات التي تم اتباعها في هذه الدراسة التي شملت منهج البحث المتبع في الدراسة، ووصف لمجتمعها وعينتها وأسلوب اختيارها، والأدوات التي أعدتها الباحثة، وكيفية التحقق من صدقها وثباتها، كما يحتوي على كيفية تنفيذ الدراسة وإجراءات تطبيقها، والمعالجة الإحصائية التي استخدمت في تحليل البيانات.

1.3 منهج الدراسة

في ضوء طبيعة الدراسة استخدمت الباحثة المنهج التجريبي لهذه الدراسة، كما استخدمت التصميم شبه تجريبي للمجموعتين (تجريبية – ضابطة) بقياسين قبلي وبعدي.

2.3 مجتمع الدراسة

تمثل مجتمع الدراسة من طلبة الصف التاسع الأساسي في مدارس التربية التابعة لمحافظة القدس، والذين يدرسون مادة الرياضيات في الفصل الدراسي الثاني للعام 2012 / 2013 م، والبالغ عددهم (1144) طالباً وطالبة، ويبين الجدول (1.3) توزيع أفراد المجموعات، وذلك وفقاً لإحصائيات قسم التخطيط التابع لمديرية التربية والتعليم في محافظة القدس للفصل الثاني للعام 2012 / 2013 م.

جدول 1.3: توزيع مجتمع الدراسة تبعاً لجنس الطلبة للفصل الثاني للعام 2012 / 2013 م .

الجنس	عدد الطلبة
ذكور	478
إناث	666
المجموع	1144

3.3 عينة الدراسة

تم اختيار العينة بطريقة قصدية، وذللك لاسباب التالية: وجود موافقة من قبل مدير المدرسة ومديرتها على تطبيق الدراسة، ووجود شعبتين في كل مدرسة على الأقل تدرس من قبل المعلمة نفسها، قرب المدارس من مكان سكن الباحثة للمتابعة، وتوافر الإمكانيات اللازمة لتطبيق الدراسة، بالإضافة لخبرة المعلمين في مجال التدريس، حيث تمثلت المدارس بمدرسة للذكو،ر وهي مدرسة دارالأيتام الإسلامية، ومدرسة للإناث، وهي مدرسة النهضة الإسلامية أ، وقد تم تعيين إحدى الشعبتين من كل مدرسة عشوائياً لتمثل المجموعة التجريبية، والشعبة الثانية لتكون ضابطة لها، والجدول (2.3) يبين وصفاً لتوزيع أفراد عينة الدراسة.

جدول 2.3: توزيع أفراد المجموعتين التجريبية والضابطة في عينة الدراسة.

المدرسة	الجنس	المجموعة		المجموع
		التجريبية	الضابطة	
دار الأيتام الاسلامية	ذكور	25	25	50
النهضة الاسلامية أ	إناث	14	15	29
المجموع		**39**	**40**	**79**

4.3 أدوات الدراسة

لتحقيق أهداف الدراسة، واستقصاء أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، قامت الباحثة بإعداد أدوات الدراسة، التي تمثلت في تصميم وحدة المعادلات التربيعية في مقرر الرياضيات الجزء الثاني للصف التاسع الاساسي وفق المنحى التاريخي، وإعداد دليل للمعلم لتدريس الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، وإعداد اختبار فهم المفاهيم الرياضية، وتطوير مقياس الاتجاه نحو الرياضيات ، وقد تم إعداد هذه الأدوات وفق الإجراءات الآتية:

1.4.3. المادة التعليمية(الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي):

اتبعت الباحثة مجموعة من الإجراءات في إعداد المادة التعليمية وفق المنحى التاريخي، الذي تم استخدامه في هذه الدراسة، وتتلخص هذه الإجراءات:

أ) تحديد الوحدة التعليمية: اختارت الباحثة وحدة المعادلات التربيعية من كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي للفصل الدراسي الثاني، وقد اعتبرت الباحثة هذه الوحدة مناسبة لأغراض الدراسة للأسباب التالية:

1. ما تضمنته من مفاهيم أساسية وفرعية ومعارف رياضية مرتبطة بفروع العلوم المختلفة، حيث يتعرض الطلبة لدراستها في مراحلهم التعليمية المختلفة.
2. أهمية المواضيع الرياضية المتضمنة في هذه الوحدة، حيث أنها تستخدم في الحياة العملية التطبيقية، وفي كثير من مجالات الانشطة الإنسانية.
3. وجود قصور في فهم الطلبة للمفاهيم الاساسية لهذه الوحدة، بالإضافة لوجود بعض المفاهيم البديلة لدى الطلبة من خلال نتائج الدراسة الاستطلاعية التي قامت بها الباحثة.
4. كان لا بد من معالجة موضوع حل المعادلات معالجة فاعلة وبناءة، إذ أنها تدخل في كثير من الحسابات، وسرعان ما تتكون من معطيات المسألة أو المعادلات التي يقف الطالب عند حلها، فإذا لم يدرك المفاهيم والمهارات الاساسية والبنى الرياضية للحل، وأخفق في جانب من الجوانب، فإنه يتوصل إلى حل خاطئ يؤدي إلى نتائج خاطئة، لذا

كان لا بد من الاهتمام والتركيز على المعادلات، وعرضها كمفهوم من خلال تطوره التاريخي.

5. بالإضافه الى ان المعادلات التربيعية تعد متطلباً سابقاً ومهم للمفاهيم الرياضية التي سيأخذها الطالب في الصفوف اللاحقة، فالطالب الذي اكتسب فهم المفاهيم الرياضية والمهارات الرياضية اللازمة لحل المعادلات من الدرجة الأولى والثانية في متغير واحد أو في متغيرين يكون أقدر على فهم الهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل ودراستهم، وهذه المواضيع تعد المواضيع الرئيسة في منهاج الثانوية العامة.
6. المعادلات التربيعية تنتمي لفرع الجبر، وهو أحد أهم الفروع وأقدمها في الرياضيات، وما لديه من خلفية تاريخية ممتدة إلى ما قبل الميلاد.

ب) قامت الباحثة بتحليل الوحدة بغرض حصر الأفكار الرئيسة في الوحدة التي شملت على المواضيع التالية: المعادلات الخطية، والمعادلات التربيعية، والعلاقة بين جذري المعادلة، وتمثيل الاقترانات التربيعية، والمميز وجذور المعادلة، وأسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية، واستخراج المفاهيم الاساسية المتعلقة بهذه الموضوعات، والغرض الثاني لتحليل الوحدة هو حصر المعلومات التاريخية المتضمنة في الوحدة، حيث تبين عدم وجود أي معلومة تاريخية في الوحدة سواء في عرض المادة أو الأسئلة الموجودة في الوحدة، وقد تضمن تحليل الوحدة الموضح في ملحق (3) مايلي:

1. تحديد أهداف الوحدة وتوزيعها على المستويات المعرفية التي صنفها بلوم (معرفة،و فهم وإستيعاب، وتطبيق، ومستويات عليا).
2. استخلاص المفاهيم الرياضية والمبادئ والقوانين الواردة في الوحدة.

ج) بعد ذلك قامت الباحثة بمراجعة كتب تاريخ الرياضيات، وتاريخ الجبر لتتبع مراحل اكتشاف المفاهيم المتعلقة بالمعادلات التربيعية وطرق حلها إلى أن وصلت الى الفهم الحالي لها، وتمت الإفادة من المعلومات التي وجدت في الكتب والمقالات والانترنت التي لها علاقة بتاريخ الرياضيات والجبر، ومنها: جامعة القدس المفتوحة (2008)، وموقع ويكيبيديا، بالإضافة إلى الكتب الأجنبية الآتية: (Bagni, 2005; Cajori, 2010; Gastagnola, (N.D), Christer, 2004; Corry, (N.D), Katz, 2007; Lawerence, 2007; Lempp, 2008; Lawson, 2005; Smith, 2005; Sonnerhed, 2011; Wodzicki, 2004)

د) بناءً على ذلك قامت الباحثة بإعادة تصميم وتطوير الوحدة وفق المنحى التاريخي، مع الحفاظ على المادة والموضوعات الواردة فيها، استناداً للأدب التربوي في هذا المجال(عدس، 2004؛ وجيه، 2005؛ جابر، 2005؛ ;Ho, 2008).

2.4.3. المادة التعليمية (دليل المعلم):

شمل دليل المعلم على ما يلي:

- إطار نظري يعرف المعلم بالمنحى التاريخي وأهدافه وفوائده.
- خطة تفصيلية تشتمل على الحصص والفترة الزمنية اللازمة لموضوعات الوحدة.
- بناء الخطط اليومية لتدريس الوحدة والتي تضمنت إجراءات التدريس، والأنشطة والتقويم والوسائل التعليمية.
- إجابات للأسئلة والأنشطة التي عرضت وفق المنحى التاريخي لتقديم المساعدة للمعلم أثناء توجيهه للطلبة عند قيامهم بحل الأسئلة والأنشطة.

1.2.4.3. صدق المادة التعليمية:

للتأكد من صدق الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي ودليل المعلم تم عرضها على عدد من المحكمين ذوي الاختصاص ملحق (11)، منهم من يحملون الدكتوراة في تدريس الرياضيات والعلوم، ومنهم مشرفون تربويون ومختصون في المناهج، بالإضافة لمعلمين ذوي خبرة يحملون الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات، ويمارسون عملية التدريس للصف التاسع الأساسي، وطلب منهم إبداء الرأي بمحتوى الوحدة ومدى ملاءمتها لما أعدت من أجله، وقامت الباحثة بإجراء التعديلات والإضافات التي اتفق المحكمون عليها، مثل: الاقتراحات حول وضع أسئلة في التقويم لقياس الاهداف مع الإبقاء على جميع الأنشطة، والمهام المقترحة، وللتحقق من ملاءمة الوحدة لطلبة الصف التاسع الأساسي عرضت على عدد من طلبة الصف التاسع في العينة الاستطلاعية، ومن خلال إجراء المقابلة مع بعض الطلاب وأخذ ملاحظاتهم عن الوحدة تم التعرف إلى مدى ملاءمتها لمستواهم، وبعد إجراء التعديلات اللازمة تم إخراج الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي بصورتها النهائية ملحق (4)، ودليل المعلم بصورته النهائية ملحق(5).

3.4.3. اختبار فهم المفاهيم الرياضية:

قامت الباحثة ببناء اختبار لقياس مدى فهم المفاهيم الرياضية الواردة في الوحدة، حيث بلغت عدد فقراته في صورته النهائية (20) فقرة، وقد تكون الاختبار من شقين: الشق الأول: من نوع الاختيار من متعدد ذي الأربع بدائل، والشق الثاني: مفتوح يكتب فيه الطلبة سبب اختيارهم للإجابة في الشق الأول، ومن خلالها يظهر الطلبة مدى فهمهم للمادة التعليمة، فالمتعلم عندما يوضح سبب اختياره للإجابة، يظهر هنا مدى فهمه للمفهوم وقدرته على تطبيقه في مواقف جديدة غير التي تعلم بها.

مرّ تصميم الاختبار بالخطوات الآتية:

- تحديد الهدف من الاختبار، وهو التعرف إلى مدى فاعلية المنحى التاريخي في فهم المفاهيم الرياضية لدى الطلبة في وحدة المعادلات التربيعية.
- إعداد جدول المواصفات للاختبار، ملحق (6) وفق مستويات هرم بلوم.
- صياغة فقرات أسئلة الاختبار في ضوء جدول المواصفات المعد.
- راعت الباحثة عند صياغة فقرات الاختبار أن تكون سليمة لغوياً، ودقيقة علمياً وشاملة للمحتوى العلمي المحدد، وشاملة للمفاهيم والمبادئ والقوانين الواردة في المحتوى، ومناسبة للمستوى الزمني والعقلي للطلاب.

1.3.4.3. صدق الاختبار:

للتحقق من صدق الاختبار تم عرضه على مجموعة من المحكمين من ذوي الخبرة والاختصاص من أساتذة جامعات ومشرفين تربويين ومعلمين ملحق(11)، وذلك لمراجعة فقرات الاختبار، والحكم على مدى ملاءمة مستوى الفقرات وصياغتها اللغوية، وقامت الباحثة بإجراء التعديلات والإضافات التي اتفق عليها، وتم إخراج الاختبار بصورته النهائية ملحق (7)، وللتأكد من ملاءمة الاختبار تم عرضه على عينة اشتملت على (10) من طلبة الصف التاسع الأساسي، كمحاولة أولية لمعرفة مدى تناسب فقراته ومدى وضوحها لهم.

2.3.4.3. ثبات الاختبار:

طُبق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (20) طالباً من مجتمع الدراسة وخارج عينتها، ثم أعيد تطبيقه بعد أسبوعين من زمن التطبيق الأول test – retest، وتم تحديد معامل ارتباط بيرسون الذي بلغ (0.83)، وهذا يدل على أن الاختبار يتمتع بدرجة مناسبة من الثبات.

3.3.4.3. معامل الصعوبة:

تم حساب معامل الصعوبة يدوياً لكل فقرة من فقرات الاختبار وللاختبار ككل، بناءً على العينة الاستطلاعية وفقاً للمعادلة الآتية التي أوردها عبده (1999):

معامل الصعوبة = (عدد الطلبة الذين أجابوا إجابة خاطئة / عدد الطلبة الكلي) * 100%.

وقد تراوحت قيم معامل الصعوبة لفقرات الاختبار بين (0.20 – 0.60)، بمتوسط كلي بلغ (0.40)، وعليه فإن جميع الفقرات مقبولة، حيث كانت في الحد المعقول من الصعوبة حسبما يقرره المختصون في القياس والتقويم.

4.3.4.3. معامل التمييز:

تم حساب معامل التمييز يدوياً لكل فقرة من فقرات الاختبار وللاختبار ككل، بناءً على العينة الاستطلاعية، وفقاً للمعادلة التي أوردها عبده (1999):

معامل التمييز = (($ن_{ع}$ – $ن_{د}$)/ ن) * 100%

$ن_{ع}$ = عدد طلبة الفئة العليا الذين إجاباتهم صحيحة.

$ن_{د}$ = عدد طلبة الفئة الدنيا الذين إجاباتهم صائبة.

ن = مجموع طلبة أفراد المجموعتين.

وقد تراوحت قيم معامل التمييز لفقرات الاختبار بين (0.30–0.70)، بمتوسط كلي بلغ (0.50)، وعليه فإن جميع الفقرات مقبولة حيث كانت في الحد المعقول من التمييز حسبما يقرره المختصون في القياس والتقويم.

5.3.4.3. زمن الاختبار:

بعد التطبيق الاستطلاعي للاختبار، تم تقدير الزمن المناسب للاختبار من خلال متوسط الوقت الذي استغرقه أول طالب أنهى الاختبار، والوقت الذي استغرقه آخر طالب، وتبين أن الزمن المناسب للاختبار هو (60) دقيقة.

6.3.4.3. تصحيح اختبار فهم المفاهيم:

تم تصحيح اختبار فهم المفاهيم الرياضية، وفق التصحيح الذي اتبعه عدس (2004) من خلال إعطاء العلامات الآتية لفقرات الاختبار:

1. اختيار صحيح وتفسير صحيح كامل، ثلاث علامات.
2. اختيار صحيح وتفسير صحيح غير كامل، علامتان.
3. اختيار صحيح وتفسير خاطئ، علامة واحدة.
4. اختيار خاطئ، صفر.

4.4.3. مقياس الاتجاه نحو الرياضيات:

طورت الباحثة مقياس الاتجاه نحو الرياضيات بالاعتماد على دراسة كل من الشهراني (2010) والمغربي (2005)؛ حيث تم الاستعانة ببعض الفقرات وإعادة صياغتها، وتكون المقياس من (30) فقرة، (20) فقرة موجبة، و (10) فقرات سلبية ملحق (8)، واستخدم مقياس ليكرت الخماسي في إعداد الاستبانة: (موافق بشدة، موافق، غير متأكد، معارض، معارض بشدة)، وتأخذ هذه الاختيارات الدرجات (5، 4، 3، 2، 1) على الترتيب في حالة العبارات الموجبة، وفي العبارات السلبية تأخذ الدرجات (1، 2، 3، 4، 5) على الترتيب أيضاً ملحق (9).

1.4.4.3. صدق مقياس الاتجاه نحو الرياضيات:

للتحقق من صدق المقياس تم عرضه على مجموعة من المحكمين من ذوي الخبرة والاختصاص من أساتذة جامعات ومشرفين تربويين ومعلمين ملحق (11)، وذلك لمراجعة فقرات المقياس، والحكم على مدى ملاءمة مستوى الفقرات وصياغتها اللغوية، وقامت الباحثة بإجراء التعديلات والإضافات التي اتفق عليها، والتي كانت حول إضافة فقرات عن زيارة المعارض التعليمية ومشاهدة البرامج التعليمية والمشاركة في الانشطة اللامنهجية، و تم إخراج المقياس بصورته النهائية ملحق (10).

2.4.4.3. ثبات مقياس الاتجاه نحو الرياضيات:

للتحقق من ثبات المقياس تم تطبيقه على عينة استطلاعية مكونة من (20) طالباً من مجتمع الدراسة وخارج عينتها، وتم حساب معامل الثبات باستخدام معادلة كرونباخ ألفا حيث بلغ معامل الثبات لمقياس الاتجاه (0.92)، وهذا يدل على أن المقياس يتمتع بدرجة عالية من الثبات.

3.4.4.3. زمن المقياس:

تم تقدير الزمن المناسب للمقياس من خلال متوسط الزمن اللازم لاستجابات الطلبة في العينة الاستطلاعية والذي قُدر بـــ (30) دقيقة.

5.3 إجراءات تطبيق الدراسة

اتبعت الباحثة الخطوات الآتية خلال تطبيقها الدراسة:

- الحصول على كتاب تسهيل المهمة من الجامعة ملحق(1)، والحصول على ورقة تسهيل المهمة من مديرية التربية والتعليم في محافظة القدس موجهة الى المدارس التي تم تطبيق الدراسة فيها ملحق(2).
- الاطلاع على الأدبيات والدراسات المتعلقة بالدراسة الحالية، للاستفادة منها في تكوين خلفية واسعة عن موضوع الدراسة وصياغة فرضياتها.
- تحليل محتوى المادة التعليمية المتمثلة في وحدة المعادلات التربيعية للصف التاسع الاساسي.
- تصميم الوحدة وفق المنحى التاريخي وتحديد الخطوات اللازمة لإجراء ذلك، وحصر المواقف التعليمية والانشطة.
- إعداد دليل المعلم الذي تكون من ثلاثة أجزاء: الجزء الأول: احتوى على مقدمة اشتملت التعريف بالمنحى التاريخي، وأهميته، وفوائدة، والخطة الزمنية اللازمة لتطبيق الوحدة، والجزء الثاني: اشتمل على خطط يومية للتدريس مكونة من إجراءات التدريس، والأنشطة والتقويم، والوسائل التعليمية، والجزء الثالث اشتمل على إجابات لبعض الأسئلة والأنشطة التي صيغت وفق المنحى التاريخي.
- التحقق من صدق الوحدة والدليل، بعرضه على مجموعة من المحكمين ذوي الخبرة.
- إعداد اختبار فهم المفاهيم الرياضية ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات، وتم التأكد من صدقها بعرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين.
- التحقق من ثبات الاختبار تم تطبيقه على عينة استطلاعية مكونة من (20) طالباً من مجتمع الدراسة، ومن خارج عينتها مرتين بفاصل زمني أسبوعين ونصف بين كل تطبيق وحساب معامل الثبات بالطرق المناسبة.
- التحقق من ثبات مقياس الاتجاه نحو الرياضيات على عينة استطلاعية مكونة من (20) طالباً من مجتمع الدراسة ومن خارج عينتها مرة واحدة، وتم حساب معامل الثبات.

- اختيار عينة الدراسة بصورة قصدية، وتم تقسيمها بطريقة عشوائية بسيطة الى مجموعتين، إحداهما ضابطة يتم تدريسها بالطريقة الاعتيادية، والأخرى: تجريبية يتم تدريسها وفقاً للمنحى التاريخي، وقد تم اختيار هذه المدارس، لأن إدارتها ومعلمات الرياضيات فيها أظهروا استعداداً للتعاون وتقديم التسهيلات اللازمة لتنفيذها.
- تدريب المعلمات على تطبيق الدراسة من خلال سلسلة من اللقاءات معهم، تم خلالها مناقشة الدليل والخطوات اللازم اتباعها في التدريس، وتم عرض حصة صفية أمامهم باستخدام المنحى التاريخي من قبل الباحثة، وقد كانت هناك فرصة للمعلمات للتدرب على الوحدة المصممة لإتقانها قبل تطبيقها فعلياً حيث تم عرض حصة من قبل المعلمات أمام الباحثة وتم تزويدهم بالملاحظات حول أدائهم واللازمة لاتقانهم تدريس الوحدة.
- تطبيق اختبار فهم المفاهيم الرياضية كاختبار قبلي، ومقياس الاتجاهات نحو الرياضيات على عينة الدراسة كلها (الضابطة والتجريبية)، وذلك في بداية التجربة.
- تطبيق الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي لمجموعتي الدراسة، لكل مجموعة حسب الطريقة التي يجب تدريسها بها.
- استمر تطبيق الوحدة لمدة ستة أسابيع من تاريخ 2013/3/19 الى 2013/4/30، حاولت الباحثة التواجد خلالها مع المعلمات للاطلاع أول بأول على مجريات سير الدراسة، وتوفير كل ما يلزم من دعم للمعلمات.
- تطبيق اختبار فهم المفاهيم البعدي، ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات للمجموعتين في الوقت نفسه.
- جمع البيانات الكمية لأدوات الدراسة، ورصد النتائج لمعالجتها إحصائياً.
- تفسير النتائج، ومناقشتها، ووضع التوصيات والاقتراحات.

6.3 متغيرات الدراسة

المتغير المستقل:

- طريقة التدريس، ولها مستويان (المنحى التاريخي، والمنحى التقليدي الاعتيادي).
- مستوى التحصيل، وله ثلاثة مستويات (مرتفع، ومتوسط، ومنخفض).
- الجنس، وله مستويان.

المتغير التابع:

- فهم المفاهيم الرياضية.
- الاتجاه نحو الرياضيات.

7.3 تصميم الدراسة

اعتمد التصميم شبه التجريبي للمجموعتين (تجريبية – ضابطة) بقياسين قبلي وبعدي.

$$\begin{array}{ccc} O_1 & X & O_2 \\ O_1 & & O_2 \end{array}$$

O_1: جملة الاختبارات القبلية (فهم المفاهيم الرياضية، الاتجاه نحو الرياضيات).

O_2: جملة الاختبارات البعدية (فهم المفاهيم الرياضية، الاتجاه نحو الرياضيات).

X: المعالجة التجريبية.

8.3 الإحصاء المستخدم

للإجابة عن أسئلة الدراسة، جمعت البيانات ورصدت، وعولجت باستخدام برنامج الرزم الإحصائية (SPSS) لحساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات مجموعتي الدراسة، كذلك تم استخدام تحليل التغاير المصاحب (ANCOVA)، ولمعرفة مصدر الفروق تم استخدام اختبار (LSD).

الفصل الرابع

نتائج الدراسة

1.4 النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

2.4 النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

3.4 تلخيص نتائج الدراسة

الفصل الرابع

نتائج الدراسة

في هذا الفصل تم عرض للنتائج التي تم الكشف عنها حول أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها، مرتبة حسب الأسئلة الواردة فيها، بالاعتماد على التحليلات الوصفية والاستدلالية اللازمة.

1.4 النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

السؤال الاول: ما أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي؟ وهل يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم؟

وقد انبثق عن هذا السؤال الفرضية التي تنص على:

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة $(\alpha \leq 0.05)$ في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي، تعزى لطريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم.

وللتحقق من صحة الفرضية، حُسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلبة في الاختبارين القبلي والبعدي، حسب متغيرات المجموعة والجنس ومستوى التحصيل، وكانت النتائج كما هي مبينة في الجداول (1.4)، (2.4)، (3.4)، (4.4)، (5.4)، (6.4)، (7.4).

جدول 1.4: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية في اختبار فهم المفاهيم الرياضية القبلي والبعدي حسب المجموعة.

المجموعة		الاختبار القبلي	الاختبار البعدي
الضابطة	المتوسط الحسابي	7.23	27.48
	الانحراف المعياري	3.66	8.23
	العدد	40	40
التجريبية	المتوسط الحسابي	6.33	35.46
	الانحراف المعياري	3.19	9.41
	العدد	39	39
المجموع	المتوسط الحسابي	6.78	31.42
	الانحراف المعياري	3.45	9.65
	العدد	79	79

جدول 2.4: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية في اختبار فهم المفاهيم الرياضية القبلي والبعدي حسب الجنس.

الجنس		الاختبار القبلي	الاختبار البعدي
ذكر	المتوسط الحسابي	5.68	29.74
	الانحراف المعياري	2.74	9.17
	العدد	50	50
أنثى	المتوسط الحسابي	8.69	34.31
	الانحراف المعياري	3.74	9.94
	العدد	29	29
المجموع	المتوسط الحسابي	6.78	31.42
	الانحراف المعياري	3.44	9.65
	العدد	79	79

جدول 3.4: المتوسطات الحسابية والانحرافات في اختبار فهم المفاهيم الرياضية القبلي والبعدي حسب مستوى التحصيل.

المجموعة		الاختبار القبلي	الاختبار البعدي
مرتفع	المتوسط الحسابي	7.77	42.18
	الانحراف المعياري	3.394	7.32
	العدد	22	22
متوسط	المتوسط الحسابي	7.30	31.48
	الانحراف المعياري	2.62	6.73
	العدد	23	23
منخفض	المتوسط الحسابي	5.79	24.41
	الانحراف المعياري	3.78	5.304
	العدد	34	34
المجموع	المتوسط الحسابي	6.78	31.42
	الانحراف المعياري	3.44	9.65
	العدد	79	79

يلاحظ من الجدول (1.4) أن هنالك فروقاً ظاهرية في المتوسطات الحسابية لعلامات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية في الاختبارين القبلي والبعدي بين مجموعتي الدراسة (الضابطة والتجريبية)، كما يلاحظ من الجدول (2.4) أن هنالك فروقا ظاهرية في المتوسطات الحسابية لعلامات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية في الاختبارين القبلي والبعدي حسب الجنس، كما يلاحظ من الجدول (3.4) أن هنالك فروقاً ظاهرية في المتوسطات الحسابية لعلامات الطلبة ذوي التحصيل المرتفع والمتوسط والمنخفض في اختبار فهم المفاهيم الرياضية القبلي والبعدي.

ولمعرفة ما إذا كانت هذه الفروق الظاهرية في المتوسطات الحسابية لعلامات الطلبة ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) تم استخدام اختبار تحليل التباين المصاحب الثلاثي (ANCOVA) لمعالجة علامات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية، وكانت النتائج كما هو مبين في الجدول (4.4).

جدول 4.4: نتائج اختبار تحليل التباين المصاحب الثلاثي لاختبار فهم المفاهيم الرياضية، حسب المجموعة والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينها.

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط مجموع المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة
القبلي	0.62	1	0.062	0.003	0.954
المجموعة	385.62	1	385.62	20.69	* 0.00
الجنس	401.69	1	401.69	21.55	* 0.00
مستوى التحصيل	3401.58	2	1700.79	91.25	* 0.00
المجموعة * الجنس	339.95	1	339.95	18.24	* 0.00
المجموعة *مستوى التحصيل	29.78	2	14.89	0.79	0.454
الجنس * مستوى التحصيل	55.99	2	27.99	1.50	0.23
المجموعة*الجنس*مستوى التحصيل	55.79	2	27.89	1.49	0.23
الخطأ	1230.19	67	18.64		
المجموع	85248	79			

* دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)

يتضح من الجدول (4.4) أن قيمة (ف) المحسوبة للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل تساوي (0.79)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.454)، وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، مما يدل على أنه لا يوجد فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل، كذلك فإن قيمة (ف) المحسوبة للتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل تساوي (1.50) وأن مستوى الدلالة يساوي (0.23)، وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، مما يعني أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل، بالإضافة إلى أن قيمة (ف) المحسوبة للتفاعل بين المجموعة والجنس ومستوى التحصيل تساوي (1.49)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.23) وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) مما يدل على أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس ومستوى التحصيل.

وبالعودة الى الجدول (4.4) نجد أن قيمة (ف) المحسوبة لمتوسطي درجات الطلبة حسب المجموعة تساوي (20.69)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.00)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، أي أن هناك فروق دالة إحصائياً في متوسطات درجات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية تعزى لمتغير المجموعة، وهذه الفروق كانت لصالح المجموعة التجريبية، كما هو موضح في الجدول (5.4) الذي يبين المتوسطات الحسابية المعدلة لكل مجموعة.

جدول 5.4: المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية لمتغير فهم المفاهيم الرياضية حسب المجموعة.

المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
الضابطة	31.13	0.84
التجريبية	36.24	0.74

كما ويلاحظ من الجدول (4.4) أن قيمة (ف) المحسوبة لمتوسطي درجات الطلبة حسب الجنس تساوي (21.55)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.00)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، أي أن هناك فروقاً دالة إحصائياً في متوسط درجات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية تعزى لمتغير الجنس، وهذه الفروق كانت لصالح الإناث، كما هو موضح في الجدول (6.4) الذي يبين المتوسطات الحسابية المعدلة للذكور والإناث.

جدول 6.4: المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية لمتغير فهم المفاهيم الرياضية حسب الجنس.

الجنس	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
ذكر	30.86	0.65
أنثى	36.53	0.98

وفيما يتعلق بمستوى التحصيل في الرياضيات فيلاحظ من الجدول (4.4) أن قيمة (ف) تساوي (91.25)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.00)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، أي أن هناك فروق دالة إحصائياً في متوسطات درجات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية تعزى لمتغير مستوى التحصيل في الرياضيات، ولمعرفة مصدر هذه الفروق فقد تم إجراء المقارنات البعدية باستخدام اختبار (LSD) كما هو مبين في الجدول (7.4).

جدول 7.4: نتائج اختبار (LSD) لبيان مصدر الفروق لمتغير فهم المفاهيم الرياضية حسب مستوى التحصيل في الرياضيات.

المستوى (1)	المستوى (2)	فرق المتوسطات المستوى (1−2)	مستوى الدلالة
مرتفع	متوسط	* 9.61	0.00
	منخفض	* 18.62	0.00
متوسط	مرتفع	* − 9.61	0.00
	منخفض	* 9.01	0.00
منخفض	مرتفع	* − 18.62	0.00
	متوسط	* − 9.01	0.00

يلاحظ من الجدول (7.4) أن مصدر الفروق في المقارنة بين المستوى مرتفع بالمستوى (متوسط، منخفض) كانت لصالح المستوى المرتفع، وكذلك عند المقارنة بين المستوى متوسط بالمستوى منخفض كانت لصالح المستوى متوسط.

التفاعل بين المجموعة والجنس:

بالعودة الى الجدول (4.4) نجد أن قيمة (ف) للتفاعل بين المجموعة والجنس هي (18.24)، ومستوى الدلالة (0.00)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، أي أن هناك فروق دالة إحصائياً في متوسطات درجات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس، ولمعرفة مصدر الفروق فإن الجدول (8.4) يبين المتوسطات المعدلة لمتغير فهم المفاهيم الرياضية حسب التفاعل بين المجموعة والجنس.

جدول 8.4: المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية لمتغير فهم المفاهيم الرياضية حسب التفاعل بين المجموعة والجنس.

المجموعة	الجنس	المتوسط المعدل	الخطأ المعياري
الضابطة	ذكر	25.95	0.88
	انثى	36.35	1.47
التجريبية	ذكر	35.77	0.93
	انثى	36.71	1.20

يُظهر الجدول (8.4) أن المتوسط الحسابي للإناث في المجموعة التجريبية (36.71)، وهو أعلى من المتوسطات الحسابية للذكور في المجموعة التجريبية، وكذلك نجد أن المتوسط الحسابي للإناث في المجموعة الضابطة أيضاً هو أعلى من الذكور في المجموعة الضابطة، يتضح من ذلك تفوق الإناث في المجموعة التجريبية على أفراد المجموعة الضابطة حيث متوسطاتهم أعلى.

2.4 النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

السؤال الثاني: ما أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في اتجاهات طلبة الصف التاسع الأساسي نحو الرياضيات؟ وهل يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم؟

وقد انبثق عن هذا السؤال الفرضية التي تنص على:

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة $(\alpha \geq 0.05)$ في اتجاهات طلبة الصف التاسع الأساسي نحو الرياضيات، تعزى لطريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم.

وللتحقق من صحة الفرضية، حُسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلبة في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات القبلي والبعدي، حسب متغيرات المجموعة والجنس ومستوى التحصيل، وكانت النتائج كما هي مبينة في الجداول (9.4)،(10.4)، (11.4)، (12.4)، (13.4)، (14.4)، (15.4).

جدول 9.4: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات القبلي والبعدي حسب المجموعة.

المجموعة		الاختبار القبلي	الاختبار البعدي
الضابطة	المتوسط الحسابي	86.73	99.03
	الانحراف المعياري	24.45	23.43
	العدد	40	40
التجريبية	المتوسط الحسابي	90.51	115.15
	الانحراف المعياري	20.88	10.75
	العدد	39	39
المجموع	المتوسط الحسابي	88.59	99,.106
	الانحراف المعياري	22.69	19.918
	العدد	79	79

جدول 10.4: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات القبلي والبعدي حسب الجنس.

الجنس		الاختبار القبلي	الاختبار البعدي
ذكر	المتوسط الحسابي	91.54	110.96
	الانحراف المعياري	21.42	17.69
	العدد	50	50
أنثى	المتوسط الحسابي	83.52	100.14
	الانحراف المعياري	24.28	21.92
	العدد	29	29
المجموع	المتوسط الحسابي	88.59	106.99
	الانحراف المعياري	22.69	19.92
	العدد	79	79

جدول 11.4: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات القبلي والبعدي حسب مستوى التحصيل.

المجموعة		الاختبار القبلي	الاختبار البعدي
مرتفع	المتوسط الحسابي	95.73	111.45
	الانحراف المعياري	28.04	22.94
	العدد	22	22
متوسط	المتوسط الحسابي	96.96	111.96
	الانحراف المعياري	14.46	14.24
	العدد	23	23
منخفض	المتوسط الحسابي	78.32	100.74
	الانحراف المعياري	19.650	92.19
	العدد	34	34
المجموع	المتوسط الحسابي	88.59	106.99
	الانحراف المعياري	22.69	19.92
	العدد	79	79

يلاحظ من الجدول (9.4) أن هنالك فروقا ظاهرية في المتوسطات الحسابية في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات في القبلي والبعدي بين مجموعتي الدراسة: (الضابطة والتجريبية)، كما يلاحظ من الجدول (10.4) أن هنالك فروقا ظاهرية في المتوسطات الحسابية في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات القبلي والبعدي حسب الجنس، كما يلاحظ من الجدول (11.4) أن هنالك فروقا ظاهرية في المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لعلامات الطلبة ذوي التحصيل المرتفع والمتوسط والمنخفض على مقياس الاتجاه نحو الرياضيات القبلي والبعدي.

ولمعرفة ما إذا كانت هذه الفروق الظاهرية في المتوسطات الحسابية لعلامات الطلبة ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)، تم استخدام اختبار تحليل التباين المصاحب الثلاثي (ANCOVA) لمعالجة علامات الطلبة في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات، وكانت النتائج كما هو مبين في الجدول (12.4).

جدول 12.4: نتائج اختبار تحليل التباين المصاحب الثلاثي لمقياس الاتجاه نحو الرياضيات، حسب المجموعة والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينها.

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط مجموع المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة
القبلي	2509.99	1	2509.99	12.03	0.001
المجموعة	4577.22	1	4577.22	21.94	0.00 *
الجنس	763.38	1	763.38	3.66	0.06
مستوى التحصيل	7.15	2	3.57	0.02	0.98
المجموعة * الجنس	1353.53	1	1353.53	6.49	0.01 *
المجموعة *مستوى التحصيل	1825.61	2	922.81	4.42	0.01 *
الجنس * مستوى التحصيل	1220.71	2	610.36	2.92	0.06
المجموعة*الجنس*مستوى التحصيل	100.93	2	50.19	0.24	0.78
الخطأ	13770.24	67	208.64		
المجموع	935202.00	79			

* دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$)

يتضح من الجدول (12.4) أن قيمة (ف) المحسوبة لمتغير الجنس تساوي (3.66)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.06)، وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) مما يدل على أنه لا يوجد فروق دالة إحصائياً تعزى لمتغير الجنس، كذلك فإن قيمة (ف) المحسوبة لمتغير مستوى التحصيل تساوي (0.02)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.98) وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) مما يعني أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً تعزى لمتغير مستوى التحصيل، كما يظهر الجدول (12.4) أن قيمة (ف) المحسوبة للتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل تساوي (2.92)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.06) وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) مما يدل على أنه لا يوجد فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل، بالإضافة الى أن قيمة (ف) المحسوبة للتفاعل بين المجموعة والجنس ومستوى

التحصيل تساوي (0.24)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.78)، وهي أعلى من قيمة مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$)، مما يدل على أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس ومستوى التحصيل.

وبالعودة الى الجدول (12.4) نجد أن قيمة (ف) المحسوبة لمتوسطي درجات الطلبة حسب المجموعة تساوي (21.94)، وأن مستوى الدلالة يساوي (0.00)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$)، أي أن هناك فروقاً دالة إحصائياً في متوسطات اتجاهات الطلبة نحو الرياضيات تعزى لمتغير المجموعة، وهذه الفروق كانت لصالح المجموعة التجريبية، كما هو موضح في الجدول (5.4) الذي يبين المتوسطات الحسابية المعدلة لكل مجموعة.

جدول 13.4: المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية لمتغير الاتجاه نحو الرياضيات حسب المجموعة.

المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
الضابطة	97.14	2.78
التجريبية	114.62	2.48

التفاعل بين المجموعة والجنس:

بالعودة الى الجدول (12.4) نجد أن قيمة (ف) للتفاعل بين المجموعة والجنس هي (6.49)، ومستوى الدلالة (0.01)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$)، أي أن هناك فروقاً دالة إحصائياً في متوسطات اتجاهات الطلبة نحو الرياضيات تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس، ولمعرفة مصدر الفروق فإن الجدول (14.4) يبين المتوسطات المعدلة لمتغير اتجاه الطلبة نحو الرياضيات حسب التفاعل بين المجموعة والجنس.

جدول 14.4: المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية لمتغير الاتجاه نحو الرياضيات حسب التفاعل بين المجموعة والجنس.

المجموعة	الجنس	المتوسط المعدل	الخطأ المعياري
الضابطة	ذكر	105.52	2.92
	أنثى	88.77	4.74
التجريبية	ذكر	113.58	3.08
	أنثى	115.67	3.96

يُظهر الجدول (14.4) أن المتوسط الحسابي للإناث في المجموعة التجريبية (115.67)، وهو أعلى من المتوسطات الحسابية للذكور في المجموعة التجريبية، وكذلك نجد أن المتوسط الحسابية للذكور في المجموعة الضابطة هو أعلى من الإناث في المجموعة الضابطة، ويتضح من ذلك تفوق الإناث في المجموعة التجريبية على أفراد المجموعة الضابطة حيث متوسطاتهم أعلى.

التفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل:

بالرجوع الى الجدول (12.4) نجد أن قيمة (ف) للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل هي (4.42)، ومستوى الدلالة (0.01)، وهذه القيمة أقل من مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$)، أي أن هناك فروقاً دالة إحصائياً في متوسطات اتجاهات الطلبة نحو الرياضيات تعزى للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل، ولمعرفة مصدر الفروق، فإن الجدول (15.4) يبين المتوسطات المعدلة لمتغير أداء الطلبة في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات حسب التفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل.

جدول 15.4: المتوسطات المعدلة والأخطاء المعيارية لمتغير الاتجاه نحو الرياضيات حسب التفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل.

المجموعة	مستوى التحصيل	المتوسط المعدل	الخطأ المعياري
الضابطة	مرتفع	99.01	5.92
	متوسط	102.00	4.89
	منخفض	90.42	3.63
التجريبية	مرتفع	111.78	4.16
	متوسط	110.11	4.67
	منخفض	121.99	4.29

يُظهر الجدول (15.4) أن المتوسط الحسابي لأفراد المجموعة التجريبية ذوي التحصيل المنخفض (121.99)، وهو أعلى من المتوسطات الحسابية لباقي أفراد المجموعة، ويليه الأفراد ذوي التحصيل المرتفع ثم المتوسط، وفي المجموعة الضابطة نجد أن المتوسط الحسابي للأفراد ذوي التحصيل المتوسط (102.00)، وهو أعلى من المتوسطات الحسابية لباقي أفراد المجموعة، ويتضح من ذلك تفوق أفراد المجموعة التجريبية ذوي التحصيل المرتفع والمتوسط والمنخفض على أفراد المجموعة الضابطة.

3.4 تلخيص نتائج الدراسة

يمكن تلخيص نتائج الدراسة كما يلي:

النتائج المتعلقة في فهم المفاهيم الرياضية:

وجود فروق دالة إحصائياً في متوسطات درجات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم الرياضية تعزى للمجموعة، لصالح المجموعة التجريبية، وكذلك فروق تعزى للجنس لصالح الإناث في المجموعتين، كذلك هناك فروق تعزى لمستوى التحصيل لصالح المستوى المرتفع عند مقارنته بكل من المستوى (المتوسط، المنخفض)، وكذلك عند المقارنة بين المستوى المتوسط بالمستوى المنخفض لصالح المستوى المتوسط، كذلك هناك فروق تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس لصالح الإناث، حيث كانت متوسطات الطالبات أكبر من متوسطات الطلاب في المجموعة التجريبية، وكذلك بالنسبة للمجموعة الضابطة، حيث كانت متوسطات الطالبات أكبر من متوسطات الطلبة في اختبار فهم المفاهيم، وعدم وجود فروق دالة إحصائياً في متوسطات اختبار فهم المفاهيم الرياضية تعزى للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل، والتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل، والتفاعل بين المجموعة والجنس مستوى التحصيل.

النتائج المتعلقة في الاتجاه نحو الرياضيات:

وجود فروق دالة إحصائياً في متوسطات مقياس الاتجاه نحو الرياضيات تعزى للمجموعة لصالح المجموعة التجريبية، وكذلك هنالك فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس لصالح الإناث في المجموعة التجريبية، حيث كانت متوسطات الطالبات في المجموعة التجريبية أعلى من متوسطات الطلاب، في حين كانت متوسطات الطلاب في المجموعة الضابطة أعلى من متوسطات الطالبات، بالإضافة إلى وجود فروق دالة إحصائياً تعزى للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل لصالح الطلبة ذوي التحصيل المنخفض في المجموعة التجريبية، أما ترتيب الطلبة في المجموعة التجريبية من حيث مستوى التحصيل (منخفض، مرتفع، متوسط)، وعدم وجود فروق دالة إحصائياً في متوسطات مقياس الاتجاه نحو الرياضيات تعزى للجنس، مستوى التحصيل، التفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل، والتفاعل بين المجموعة والجنس ومستوى التحصيل.

الفصل الخامس

مناقشة النتائج

1.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

2.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

3.5 التوصيات

الفصل الخامس

مناقشة النتائج والتوصيات

في ضوء النتائج التي تم التوصل إليها بعد استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، والأدوات المتمثلة في اختبار فهم المفاهيم ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات على عينة الدراسة، لاستقصاء أثر المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية والاتجاه نحو الرياضيات، تم جمع البيانات ومعالجتها إحصائياً، ورصدت النتائج المستقاة لمناقشتها في هذا الفصل.

1.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

السؤال الأول: ما أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الاساسي؟ وهل يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم؟

أظهرت نتائج اختبار تحليل التباين المصاحب (AVCOVA) لاختبار فهم المفاهيم الرياضية البعدي وجود أثر دال إحصائياً بين طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة، لصالح المجموعة التجريبية، مما يعني أن المنحى التاريخي في الرياضيات قد أسهم في تنمية الفهم

الرياضي لدى الطلبة، باعتباره من المخرجات الأساسية والمهمة لعملية التعلم والتعليم، وفي ضوء استطلاع الأدب التربوي وجدت الباحثة أن هذه النتيجة تتفق مع نتائج دراسة كل من:
(Mota et al. 2012; Tsiapou& Nikolantonakis, 2012; Bayam, 2012; Guillemette, 2012; Yee, 2011; Yee& Chapman, 2010; Haverhals& Roscoe, 2010; Lawrence,2008; Massa et al.2006; Wulf (2004) in Kjedsen (2011); Yevdokimov, (2004- a); van Amerom, 2002; Galili, 2010; Lonsbury& Ellis, 2002؛ عدس، 2004).

وترى الباحثة أن السبب في ذلك يمكن أن يكون بأن المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات، ساهم في جعل التعلم أكثر حيوية ونشاطاً من حيث تغيير الروتين الذي يسود أغلب حصص الرياضيات، فأي حصة تقليدية لمادة الرياضيات تتضمن شرح القانون أو النظرية، ثم يتبعها حل الأسئلة في هذه الحصص لا يتعامل الطالب إلا مع الرموز، ومع المسائل بعيداً عن استخدام اللغة أو الابحاث، ودور الطالب يقتصر على تلقي المعلومات وطرق الحل من المعلم دون أن يكون هناك أي نوع من المشاركة له في الحصة، وهذا قد يقوده إلى حفظ القواعد والمسائل وطرق حلها بعيداً كل البعد عن فهمها، ولكن عندما يتعامل الطالب مع اللغة في الرياضيات التي تتمثل في سرد التطور التاريخي للمفهوم، وقيامه بالأبحاث عن السير الذاتية للعلماء، وعن سبب تسمية طرق الحل بهذا الاسم، وقيامه بأداء دور عالم من علماء الرياضيات القدماء كل هذه الامور قد تساعد في تغيير الروتين والجمود والابتعاد عن التنوع في الغرفة الصفية لمادة الرياضيات، الأمر الذي يؤدي إلى سيادة التنوع والمرونة والمشاركة في الحصة، الذي يؤدي إلى مشاركته في عملية التعلم والتعليم، فالطالب عندما يتعرف إلى التطور التاريخي للمفهوم والمراحل التي مر بها وكيف كل عالم تعامل مع المفهوم حسب طريقته، فإن ذلك قد يساعده في فهم مكونات المفهوم، الأمر الذي يقوده إلى فهم المفهوم ككل، بالإضافة إلى أن المنحى التاريخي يدفع الطلبة إلى التحضير للحصص القادمة، فكثيراً ما يعاني معلمو الرياضيات من عدم تحضير الطلبة للحصص القادمة، ولكن عندما يتعرف الطالب إلى التطور التاريخي لمفهوم وارد في الدرس يوفر لدى الطالب حب استطلاع لمعرفة التطور التاريخي للمفاهيم الواردة في الدروس القادمة، وإجراء الأبحاث عن هذه المفاهيم لمعرفة تطورها التاريخي وللمشاركة في الحصص القادمة، وكل ذلك يساعد في تعزيز فهمه ويبعده عن الحفظ والتكرار الذي يبعده عن الفهم، كما أن المنحى التاريخي يدفع الطلبة إلى البحث في الكتب التاريخية والإنترنت، الأمر الذي يخلو منه المنحى التقليدي الذي يقتصر على المعلومات الواردة في المقرر الدراسي، ويبتعد المعلم فيه عن

أي مراجع خارجية، كما أن المنحى التاريخي يوفر للمعلم قدراً من المغامرة والخروج من القالب التقليدي، الأمر الذي يدفعه إلى بذل مجهود في توصيل المفاهيم الرياضية وتطورها التاريخي للطلبة، الأمر الذي ينتج عنه فهم للطلبة بالإضافة إلى إعطاء فرصة للمعلم والطلاب للقيام بأنشطة مختلفة تغيير وجهة نظر المعلم والطلاب نحو الرياضيات، مما يؤدي إلى تعزيز التعلم والتعليم عند كل من الطالب والمعلم.

وأظهرت الدراسات التالية: (ابوهلال، 2012؛ الخطيب، 2012، الشرع، 2012؛ سالم، 2011؛ أبومصطفى، 2011؛ محمد وعبيدات، 2010؛ البلعاوي، 2009؛ ضهير، 2009؛ لوا، 2009) والتي استخدمت استراتيجيات مختلفة في تدريس الرياضيات لمعرفة أثرها على فهم المفاهيم الرياضية، تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة.

وترى الباحثة أن الطلبة إذا تعرضوا لأي تغيير عن الروتين والجمود الذي تواجهه دروس الرياضيات التقليدية، فإن ذلك سيؤدي إلى زيادة فهم المفاهيم الرياضية لدى الطلبة، بغض النظر عن الاستراتيجية المستخدمة، فالطلبة يتعطشون إلى التنويع والاختلاف في حصص الرياضيات.

ولعل السبب في وجود أثر دال إحصائياً بين طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة، لصالح المجموعة التجريبية، يرجع كما ترى الباحثة أن تناول التطور التاريخي للمفهوم يوفر للطالب فرصة يضع بها نفسه مكان العالم، من خلال قيامه بحل المعادلات التربيعية بالطريقة التي حل بها العلماء القدامى، مثل: الخوارزمي، وفيتي، وديوفانتش، وغيرهم من العلماء، من هنا يستطيع الطالب فهم الطريقة التي كان ينظر بها العالم إلى طريقة الحل ومفهوم المعادلة التربيعية، الأمر الذي قد يوفر للطالب وجهات نظر مختلفة حول المفهوم الواحد، والتي تدفعه إلى مقارنة هذه الوجهات وتحديد التشابه والاختلاف فيما بينها، وبالتالي تكوين فهم للمفهوم من وجهات مختلفة مما قد يؤدي إلى تعميق فهم المفهوم لدى الطالب وتزويدة بصورة كاملة عن المفهوم، كل ذلك من الممكن أن يساعده على تطبيق المفهوم في مواقف جديدة تختلف عن المواقف التي تعلمها، بالإضافة إلى أن معرفة الطالب بالصعوبات التي واجهها العلماء قديماً، حتى وصلوا إلى الحل، واستخدامه للطرق التي كان يستخدمونها قديماً قد يزيد من ثقة الطالب بنفسه وقدرته على مواجهة المشاكل والتحديات التي يواجهها وتطبيق ما تعلمه لحل هذه المشكلات، مما قد يحسن

ويعمق من فهمه، بالإضافة إلى أن سرد التطور التاريخي للمفهوم على شكل قصة، كما ذكرنا سابقاً إن السرد القصصي له فوائد عديدة تعود على تعميق الفهم لدى الطلبة، فالطالب عندما يستمع لقصة عن مفهوم رياضي أو عالم رياضي يدفع الطالب إلى التخيل وتخزين المفهوم وتطبيقاته في الذاكرة طويلة الأمد، وليس في الذاكرة قصيرة الأمد والتي سرعان ما ينسى فيها المفهوم وتطبيقاته، فتخزين المفهوم في الذاكرة طويلة الأمد يعمق الفهم لدى الطالب ويساعده على تطبيق المفهوم في مواقف حياتية وليس فقط في مواقف تعليمية.

كما أظهرت الدراسة تفوق الإناث في المجموعتين الضابطة والتجريبية على الذكور في فهم المفاهيم الرياضية، وقد يرجع هذا سبب ذلك حسب رأي الباحثة الى طبيعة الاناث وحبهم للعلم بغض النظر عن المادة الدراسية بالإضافة إلى التزامهن الدراسي نحو المدرسة والمواد الدراسية، فالمعروف –حسب رأي الباحثة– أن الطلبة في هذه الفترة، وهي فترة المراهقة تتوفر لديهم الكثير من الأمور التي تبعدهم عن حب العلم والدراسة والمدرسة، والذكور هم أكثر من الإناث عرضة للأمور التي تدفعهم إلى عدم الاهتمام في العلم، فالعلم والدراسة في نظرهم لا يقدم لهم شيئاً على عكس الأمور الأخرى التي يعتقدون أنها أهم من العلم والدراسة.

كما أظهرت الدراسة تفوق الطلبة ذوي التحصيل المرتفع إذا قارنهم مع الطلبة ذوي التحصيل المتوسط والمنخفض، وتفوق الطلبة ذوي التحصيل المتوسط إذا قارنهم مع الطلبة ذوي التحصيل المنخفض في فهم المفاهيم الرياضية، وهذا يتفق مع الدراسات التالية: (لوا، 2009؛ ضهير، 2009؛ الشرع، 2012؛ عدس، 2004)، لعل السبب وراء ذلك –حسب رأي الباحثة–هو دافعية الطلبة ذوي التحصيل المرتفع وكذلك المتوسط أعلى من دافعية ذوي التحصيل المنخفض، والعلاقة بين التحصيل والدافعية علاقة طردية، أي كلما زادت الدافعية زاد تحصيل الطلبة الأمر الذي قد يؤدي إلى تعميق الفهم لديهم، كما أن الطلبة ذوي التحصيل المرتفع وكذلك المتوسط يبذلون أقصى طاقاتهم وجهدهم لفهم المادة المطروحة، فالطلبة ذوو التحصيل المرتفع والمتوسط أكثر حرصاً واهتماماً من ذوي التحصيل المنخفض فلديهم حب استطلاع واهتمام بأي شيء يعتقدون أنه يعود بالايجابية على تحصيلهم وفهمهم، إنهم أكثر قلقاً على مستقبلهم لأنهم يعتقدون أن المستقبل هو العلم والدراسة، وأنهم بعلمهم يستطيعون تحقيق ما يريدونه بالمستقبل والمكانة التي يريدون الوصول إليها، وذلك الأمر قد يعد منخفضاً عند الطلبة ذوي التحصيل المنخفض، الذين

غالباً لا يرون في العلم وسيلة لتحقيق ما يريدون، وهم أقل جدية في تناول المادة التعليمية ومعالجتها ودراستها.

وهذا لا يعني – حسب رأي الباحثة– أن هذه الفئة من الطلبة لا يمتلكون الفهم، ولكنهم قد يكونوا حصروا فهمهم وقدراتهم بالمستوى الذي حققوه، دون محاولة رفع مستواهم أكثر مما هو عليه، وذلك لأن ثقتهم بأنفسهم أقل مما هي عليه عند الطلبة ذوي التحصيل المرتفع، وكذلك المتوسط، فهم يتوترون ويتراجعون بسرعة عند مواجهتهم موقفاً يتضمن مشكلة ما، أو موقفاً مختلفاً عن المواقف التي تعلموا بها يتضمن تطبيق ما تعلموه من مفاهيم، كما أنهم لا يبذلون جهداً للتوصل إلى حلول للمشاكل التي تواجههم.

كما أظهرت الدراسة وجود فروق دالة إحصائياً في فهم المفاهيم الرياضية تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس لصالح الإناث، ولعل السبب يعود – حسب رأي الباحثة– إلى طبيعة الإناث كما ذكرنا سابقاً، بالإضافة إلى وجهة نظر المعلم نحو الرياضيات وتاريخها، فالطريقة التي ينظر بها المعلم إلى الرياضيات تؤثر على كيفية استخدامه ودمجه لتاريخ الرياضيات في تدريسها، وهذا ما يتفق مع الدراسات التالية: (Alpaslan et al. 2012; Horton& Panasuk, 2011; Burns, 2011; Goodwin, 2007; Furinghetti, 2004; Siu, 2007)

فالدراسات السابقة أكدت على أهمية دور المعلم ونظرته إلى تاريخ الرياضيات وتأثيرها على الدور الفعال، الذي يلعبه تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، بالإضافة إلى معرفة المعلم بتاريخ الرياضيات وإيمانه بأهميته في تدريس الرياضيات لها تأثير على تحقيق تاريخ الرياضيات لأهدافه، فالمعلم الذي ينظر إلى الرياضيات على أنها قالب جامد في صيغته النهائية ليس هناك إمكانية لتغييره أو إضافة شيء عليه، والمعلم الذي ينظر إلى تاريخ الرياضيات على أنه تاريخ ليس له فائدة في تدريس الرياضيات يؤثر على الطريقة التي يقدم بها تاريخ الرياضيات للطلاب، حيث يقدم تاريخ الرياضيات كإلقاء بعيداً عن أي تفاعل أو إشراك للطلبة، بالإضافة إلى أن نظرة المعلم لعملية التعليم والتعلم تؤثر كثيراً على الطريقة التي يتم فيها تقديم تاريخ الرياضيات، فالمعلم الذي يعتقد بأنه هو محور العملية التعليمية التعلمية وأن الطلبة ليس لهم دور سوى أن يتلقوا المعلومات منه، قد يدفعه إلى تحريف التاريخ ووضعه في قالب غير القالب الذي

يجب أن يوضع به، وذلك لتحقيق الأهداف التي يريدها والتي تتجلى في الغالب بنجاح الطلبة في الامتحان فقط دون الاهتمام بفهم الطلبة وقدرتهم على تطبيق ما يتعلموه في مواقف جديدة.

وأظهرت الدراسة عدم وجود فروق دالة إحصائياً في فهم المفاهيم الرياضية تعزى للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل، والتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل، والتفاعل بين المجموعة والجنس مستوى التحصيل، ولعل السبب يعود إلى أن الطلبة ذوي التحصيل المرتفع من الذكور والإناث سواء في المجموعة الضابطة أو التجريبية يسعون إلى فهم المادة ودراستها بغض النظر عن الطريقة التي يتم فيها تقديم المادة، وكذلك ذوو التحصيل المتوسط، أما الطلبة ذوو التحصيل المنخفض فهم لا يبذلون جهداً للفهم، ويعتقدون بأنهم غير قادرين على فهم الرياضيات، حتى لو تم تقديمها بطرق مختلفة وفعالة وحيوية.

2.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

السؤال الثاني: ما أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في اتجاهات طلبة الصف التاسع الأساسي نحو الرياضيات؟ وهل يختلف هذا الأثر باختلاف طريقة التدريس والجنس ومستوى التحصيل والتفاعل بينهم؟

أظهرت نتائج اختبار تحليل التباين المصاحب (AVCOVA) لمقياس الاتجاه نحو الرياضيات البعدي، وجود أثر دال إحصائياً بين طلبة المجموعتين: (التجريبية والضابطة)، لصالح المجموعة التجريبية مما يعني أن المنحى التاريخي في الرياضيات أسهم في تنمية اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات، وفي ضوء استطلاع الأدب التربوي وجدت الباحثة أن هذه النتيجة تتفق مع نتائج دراسة كل من:
(Jankvist, 2012; Bayam, 2012; Yee, 2011; Yee& Chapman, 2010; Haverhals& Roscoe, 2005; Ho, 2008; Troutman& Mccoy, 2008; Liu, 2005; Furinghett, 2004; Mamlok-Naaman et al.2005)

ولعل الأسباب – حسب رأي الباحثة – وراء هذه النتيجة، قد تكون: الهدف الأساسي لاستخدام المنحى التاريخي أو فكرة دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات هو أنسنة الرياضيات، وتقريبها للطلبة وتغيير وجهات نظرهم نحو الرياضيات، فالطلبة تربوا على النظر إلى الرياضيات على أنها مادة معقدة جامدة لا علاقة للإنسان بها، فهي تقتصر على فهم الرموز والأشكال، وهم ينظرون لها على أنها لوحة معقدة في كثير من الأحيان، وتحتاج إلى جهد كبير لكي يستطيع قراءتها وفهمها، ويشعرون في حصة الرياضيات أنهم يذهبون إلى كوكب آخر لا علاقة له بالكوكب الذي يعيشون فيه، لذلك فإن استخدام المنحى التاريخي وتاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات يحول سلبية الطلبة نحو الرياضيات إلى إيجابية، فهو يظهر لهم بأن الرياضيات من صنع البشر وليست شيئاً خارقاً معقداً، وأن البشر أوجدوها لحل المشكلات التي تواجههم، وأن هؤلاء البشر مثلنا مثلهم لا يختلفون عنا، بالإضافة إلى إظهار أن الرياضيات استخدمت في جميع أنحاء العالم من قبل جميع الناس من مختلف الأديان والأعراق والأجناس، وقد ساهم جميع الناس في تطوير الرياضيات، كما أن المنحى التاريخي يظهر الرياضيات على أنها تتطور وتتغير باستمرار وليست منتجاً نهائياً غير قابل للتعديل، وأن هناك فرصة للطلاب في

المستقبل للمشاركة في تطويرها، كما أن المنحى التاريخي يظهر للطلبة بأن العلماء ليسوا معصومين عن الخطأ، وأنهم استخدموا المحاولة والخطأ للوصول إلى نتائجهم، الأمر الذي قد يعزز عند الطلبة روح المغامرة والاجتهاد في الرياضيات، وخاصة عندما يواجهون مشكلة معقدة تحتاج إلى الصبر لحلها عندها لا يستسلمون ويتبنون اتجاهات سلبية نحو الرياضيات وإنما يحاولون ويبذلون قصارى جهدهم لحل المشكلة، الأمر الذي قد يولد لديهم اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات، فالتعرف إلى تاريخ الرياضيات والتطور التاريخي للمفاهيم الرياضية قد يوفر للطلبة معلومات يتعرفون إليها لأول مرة، فالطلبة الذين لا يريدون التخصص في الرياضيات أو في أي مادة علمية لن تتاح لهم فرصة التعرف إلى تاريخ الرياضيات أو غيرها من المواد العلمية، لذلك فأن المنحى التاريخي يوفر لهم هذه الفرصة التي تنمي لديهم اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات الأمر الذي قد يدفعهم إلى لتخصص في الرياضيات أو أي مادة علمية أخرى في المستقبل، وهذا ما أظهرته نتائج دراسة (Jankvist, 2012).

كما أظهرت الدراسة وجود فروق دالة إحصائياً في الاتجاه نحو الرياضيات تعزى للتفاعل بين المجموعة والجنس لصالح الإناث في المجموعة التجريبية، وللذكور في المجموعة الضابطة، وهذه النتيجة تؤكد على أن المنحى التاريخي ينمي اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات، وخاصة عند الإناث، وترى الباحثة أن السبب قد يعود إلى ما تتصف به طبيعة الإناث من العاطفية والحساسية اتجاه أمور قد لا يشعر بها الذكور، فالإناث تتفاعل مع التفاصيل والأمور الدقيقة التي قد يوفرها المنحى التاريخي عن تاريخ الرياضيات، بالإضافة إلى إهتمام الإناث بالعلم والدراسة، الأمر الذي يدفعهن إلى تكوين اتجاهات إيجابية نحو العلم والمواد الدراسية، ومنها الرياضيات، كما أن المنحى التاريخي وعرض تاريخ الرياضيات وإظهار دور العلماء الرجال والنساء في تطوير الرياضيات يساهم في زيادة ثقة الإناث بأنفسهن، وبأن المرأة كان لها دور منذ القدم في تطوير الرياضيات والعلوم الآخرى، واعتقادهم بأن هناك فرصة لهم لكي يكنّ مثلهم، الأمر الذي قد ينمي لديهم اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات أكثر من الذكور، وذلك لأن وجود علماء ذكور ساهموا في تطوير الرياضيات لا يؤثر على الذكور، وذلك لاعتقادهم أن هذا الأمر مسلم به، والذكور هم المسيطرون في تطور أي علم فهو أمر عادي بالنسبة لهم، لأنهم ينظرون لهذا التطور من منطلق ذكوري مهيمن ليس للنساء دور فيه، الأمر الذي ينقضه المنحى التاريخي الذي يبرز دور كل من

الرجال والنساء في تطوير العلم، ولذلك كانت اتجاهات الطلاب في المجموعة الضابطة ايجابية مقارنة بطلاب المجموعة التجريبية.

كما وأظهرت الدراسة وجود فروق دالة إحصائياً للتفاعل بين المجموعة ومستوى التحصيل لصالح ذوي التحصيل المنخفض في المجموعة التجريبية، حيث كان الترتيب في المجموعة التجريبية (منخفض، مرتفع، متوسط)، ويمكن تفسير هذه النتيجة –حسب رأي الباحثة– من خلال مايلي: الطلبة ذوو التحصيل المنخفض في المنحى التقليدي في الأغلب يكون لديهم اتجاهات سلبية نحو الرياضيات، وأنهم لا يتفاعلون مع حصص الرياضيات لأنهم لا يهتمون بها، ومهما بذلوا من جهد فإنهم لايستطيعون فهمها أو تحسين مستواهم، ولكن المنحى التاريخي يعمل على تغيير هذه النظرة وإحلال النظرة الإيجابية مكانها، من خلال عرض قصص العلماء والسير الذاتية لهم، وما واجهوه من صعوبات وتحديات، وأنهم أخطأوا في كثير من المرات حتى توصلوا إلى الحل، وهناك بعض العلماء الذين لم يكونوا متفوقين، ولكنهم أصبحوا علماء مشهورين في التاريخ، الأمر الذي يعزز الثقة بالنفس لدى الطلبة بشكل عام، وللطلبة ذوي التحصيل المنخفض بشكل خاص، وينمي لديهم اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات وعلماء الرياضيات.

كما أظهرت الدراسة عدم وجود فروق دالة إحصائياً في الاتجاه نحو الرياضيات تعزى للجنس، مستوى التحصيل، والتفاعل بين الجنس ومستوى التحصيل، والتفاعل بين المجموعة والجنس ومستوى التحصيل، وترى الباحثة أن السبب قد يعود إلى أن الطلبة الذكور والإناث ومن أي مستوى تحصيل تربوا على الخوف والقلق من الرياضيات، الأمر الذي قد ينمي لديهم اتجاهات سلبية نحو الرياضيات، وعدم استخدام طريقة أو منحى يقلل من هذا الخوف والقلق سوف يؤدي إلى بقاء اتجاهاتهم سلبية نحو الرياضيات، لأن التغيير والتنوع في الطريقة يساهم في تقليل الخوف، وتفريغ القلق في الأنشطة والأدوات المستخدمة، الأمر الذي قد يساهم في تنمية اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات.

3.5 التوصيات

في ضوء النتائج التي خلصت بها الدراسة، تتوجه الباحثة بالتوصيات الآتية للقائمين على قطاع التربية والتعليم كل حسب موقعه:

توصيات لمركز المناهج الفلسطينية:

- تبني المنحى التاريخي للوحدات التعليمية خلال إعداد الأدلة الخاصة بالمناهج .
- إدراج تاريخ الرياضيات في مناهج الرياضيات، وفي مناهج المواد الدراسية بشكل عام، وفي المواد العلمية بشكل خاص.
- إثراء المحتوى التعليمي في المناهج العلمية بمهام وأداء مشكلات حقيقية ذات صلة بتاريخ العلم والرياضيات، بحيث تجذب إنتباههم وتلبي احتياجاتهم وتنمي فهمهم.
- أن تتجاوب مناهج الرياضيات مع الاتجاه الحديث، الذي يدعو الى تضمين تاريخ الرياضيات في المناهج المدرسية، بحيث تتضمن بعض المشاهدات والروايات التاريخية التي من شأنها توضيح تطور المفاهيم الرياضية .

توصيات لقسم الإشراف التربوي:

- تدريب المعلمين على إدراج تاريخ الرياضيات في تدريسهم للرياضيات، وتخطيط كتب الرياضيات وتدريسها، لتوفير الفرص الكافية لتحقيق فهم المفاهيم الرياضية لدى الطلبة وتنمية اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات.

توصيات للمعلمين والمديرين:

- أن يولي معلمو الرياضيات، اهتمامهم بتعليم طلبتهم من أجل الفهم، وأن يختاروا من أساليب تدريس الرياضيات ما يحقق لهم ذلك، ويمكن للباحثة أن توجه الدعوة إلى معلمي الرياضيات لتجربة تاريخ الرياضيات والمنحى التاريخي في خطتهم الدراسية.
- توفير بيئات مدرسية وصفية ديموقراطية، تضمن التحول من الأساليب التقليدية والتوجه للأساليب البناءة، التي تسمح للمتعلمين بطرح آرائهم وتبادلها، وتنمي الفهم لديهم، والاتجاهات الإيجابية نحو الرياضيات، والاهتمام بمستويات الطلبة المختلفة بعيداً عن منظور الاختبارات.

توصيات للباحثين:

- إجراء المزيد من الأبحاث في مجال فهم المفاهيم الرياضية، وربطها بمتغيرات أخرى كالدافعية نحو التعلم والتفكير الرياضي وعمليات العلم وعادات العقل.
- دراسة العلاقة بين معرفة المعلم بتاريخ الرياضيات، وانعكاسها على استخدامه لتاريخ الرياضيات في تدريسه.
- إجراء المزيد من الأبحاث حول فعالية استخدام المنحى التاريخي في تدريس مواد علمية أخرى للمراحل المختلفة.

قائمة المراجع

أولاً: المراجع العربية

إبراهيم، مجدي. (1997): **أساليب حديثة في تعليم الرياضيات.** الطبعة الاولى. مكتبة الإنجلو المصرية، مصر.

أبو زينة، فريد. (2005): **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها.** دار حنين للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

أبو سريس، صالح. (1998): **الواجبات البيتية وأثرها في تحصيل الطلبة في الرياضيات.** جامعة النجاح، نابلس، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

ابو هلال، محمد. (2012): **أثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والمثل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الأساسي.** الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

أبو مصطفى، أيمن. (2011): **أثر استخدام نموذج بايبي في اكتساب المفاهيم في الرياضيات وميولهم نحوها لدى طلاب الصف السابع الأساسي بغزة.** الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

أحمد، مازن. (2003): **علاقة جنس طالب الصف السادس الأساسي باكتساب المفاهيم والمهارات الجبرية والمهارات الحسابية الأساسية في محافظة جنين.** جامعة النجاح، نابلس، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

البلعاوي، حسام. (2009): **أثر استخدام بعض استراتيجيات التغير المفهومي في تعديل المفاهيم الرياضية البديلة لدى طلاب الصف العاشر الأساسي بغزة.** الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

جابر، ليانا وكشك، وائل. (2007): **ثقافة الرياضيات نحو رياضيات ذات معنى مقاربات معرفية، سياقات تعليمية أنشطة وأوراق عمل تطبيقية.** الطبعة الأولى. مركز القطان للبحث والتطوير التربوي، رام الله، فلسطين.

جابر، ليانا. (2005): "تاريخ الرياضيات". مجلة **رؤى التربوية،** 16، ص ص 24 – 32.

جامعة القدس المفتوحة. (2007): **أساليب تدريس الرياضيات.** فلسطين.

الحيلة، محمد. (2003): **طرائق التدريس واستراتيجياته.** الطبعة الثالثة. دار الكتاب الجامعي، العين، الامارات.

الخطيب، محمد. (2012): "أثر استراتيجية تدريسية (PDEODE) قائمة على المنحى البنائي في التفكير الرياضي واستيعاب المفاهيم الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف العاشر الأساسي". **مجلة العلوم التربوية،** 1، ص ص 241– 257.

خليفات، سالم. (2011): "اتجاهات معلمي الفيزياء في الأردن نحو استراتيجيات التدريس والتقويم المتضمنة في مناهج العلوم". **مجلة النجاح للعلوم الانسانية،** المجلد 25، العدد3، ص ص 509 – 542 .

خليفة، عبد السميع. (1999): **تدريس الرياضيات في المدرسة الثانوية.** الطبعة الرابعة. مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، مصر.

الرابطة الدولية لتقييم التحصيل التربوي. (2011): **النتائج الأولية لطلبة فلسطين في "دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم"**. فلسطين.

زكريا، محمد وفضيلة، حناش وزكريا، محمد. (2008): **بناء المفاهيم (المقاربة المفاهيمية) والمنظور النظامي في تصميم التدريس وبناء المناهج وتطويرها على أساس المقاربة الجديدة.** المعهد الوطني لتكوين مستخدمي التربية وتحسين مستواهم، الحراش، الجزائر.

زيتون، حسن وزيتون، كمال. (2003): **التعلم والتدريس من منظور النظرية البنائية.** الطبعة الأولى. عالم الكتب، القاهرة، مصر.

زيتون، عايش. (2005): **أساليب تدريس العلوم.** الطبعة الأولى الإصدار الخامس. دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

سالم، وجدي. (2011): **أثر استخدام مخططات المفاهيم في علاج المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى طلبة الصف العاشر بغزة.** الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

سعادة، جودت وإبراهيم، عبد الله. (2001): **تنظيمات المناهج وتخطيطها وتطويرها.** الطبعة الأولى. دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

السلطاني، عبد الحسين. (2002): **أساليب تدريس الرياضيات.** الطبعة الأولى. الوراق للنشر والتوزيع، عمان، الاردن.

الشارف، أحمد. (1996): **المدخل لتدريس الرياضيات.** جامعة السابع من إبريل الجامعة المفتوحة، طرابلس، الجماهرية العظمى.

الشرع، إبراهيم. (2012): "أثر استخدام إستراتيجية التغيير المفاهيمي في احتفاظ الطلبة ببعض مفاهيم الرياضيات". **دراسات نفسية وتربوية**، 9، ص ص 1− 32.

الشهراني، محمد. (2010): **أثر استخدام نموذج ويتلي في تدريس الرياضيات على التحصيل الدراسي والاتجاه نحوها لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي**. جامعة أم القرى، مكة المكرمة، المملكة العربية السعودية. (رسالة ماجستير غير منشورة).

ضهير، خالد. (2009): **أثر استخدام استراتيجية التعلم التوليدي في علاج التصورات البديلة لبعض المفاهيم الرياضية لدى طلاب الصف الثامن الأساسي**. الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

عبده، شحادة. (1999): **أساسيات البحث العلمي في العلوم التربوية والاجتماعية**. دار الفاروق للنشر والتوزيع، نابلس، فلسطين.

عدس، محسن. (2004): **أثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس العلوم في فهم الطلبة للمفاهيم البيولوجية ولطبيعة العلم**. الجامعة الأردنية، عمان، الأردن. (رسالة دكتوراة غير منشورة).

عقيلان، إبراهيم. (2000): **مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها**. الطبعة الأولى. دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

قطامي، يوسف وابو جابر، ماجد وقطامي، نايفة. (2002): **تصميم التدريس**. الطبعة الثانية. دار الفكر للطباعة والنشر، عمان، الأردن.

لبيب، رشدي. (1982): **نمو المفاهيم العلمية**. مكتبة الإنجلو المصرية، القاهرة، مصر.

لوا، يوسف. (2009): **أثر استخدام إستراتيجية دينز في إكتساب المفاهيم الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف السادس الأساسي بغزة.** الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين. (رسالة ماجستير غير منشورة).

محمد، جبرين وعبيدات، لؤي. (2010): "أثر استخدام الألعاب التربوية المحوسبة في تحصيل بعض المفاهيم الرياضية لتلاميذ الصف الثالث الأساسي في مديرية إربد الأولى". **مجلة جامعة دمشق،** 1 و 2، ص ص 643- 672.

المقوشي، عبد الله. (2001): **الأسس النفسية لتعلم وتعليم الرياضيات أساليب ونظريات معاصرة.** الطبعة الأولى. جامعة الملك سعود، الرياض، المملكة العربية السعودية.

المغربي، نبيل. (2005): **أثر مشروع تحفيز التفكير الذهني على بعض المتغيرات المعرفية والوجدانية لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا في فلسطين.** جامعة الأزهر، القاهرة، مصر. (رسالة دكتوراة غير منشورة).

وجيه، ظاهر. (2005): دمج تاريخ الرياضيات في تعليم وتعلم الرياضيات. **مجلة جامعة أكاديمية القاسمي،** 8، ص ص 422 – 474.

ثانياً: المراجع الأجنبية

Alpaslan, M, et al. (2012): " Relationship between Pre-service Mathematics Teachers' Knowledge of History of Mathematics and their Attitudes and Beliefs Towards the Use of History of Mathematics in Mathematics Education". **History and Pedagogy of Mathematics**, 16 -20 July, pp.201-209.

Alpaslan, M& Guner,Z. (2012): **Teaching Modules in History of Mathematics to Enhance Young Children's Number Sense**, retrieved from:(http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG12/WG12_Alpaslan.pdf , 15/4/2013).

Bagni, G. (2004**): History of Mathematics and Didactics: Reflections on Teachers Education**. ICME-10, Discussion Group 6, paper accepted.

Bayam, S. (2012): **The Views of Students Aged 12 about Activites for History of Mathematics Included in Mathematics Curriculum,** retrieved from: (http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG12/WG12_Bayam.pdf ,15/4/2013).

Burns, B. (2010): " Pre-Service Teachers' Exposure to Using the History of Mathematics to Enhance their Teaching of High School Mathematics". **Issues in the Understanding Mathematics Preoaration of School Teachers: The Journal**, 4.

Bybee, R et al. (1991): "Integrating the History and Nature of Science and Social Studies Curriculum. **Science Education**". 75(1), pp. 143 – 155.

Carter, D. (2006): **The Role of the History of Mathematics in Middle School**. East Tennessee State University. (un published Master Thesis).

Chamany, K, et al. (2008): Making Biology Learning Relevant to Students: "Integrating People, History, and Context into College Biology Teaching". **CBE – Life Sciences Education**, 7, pp. 267-278.

Clark, K. (2011): History of Mathematics: Illuminating Understanding of School Mathematics Concepts for Prospective Mathematics Teachers. Educ Stud Math, **Springer Science**, 11 November.

Clark, K& Philips, L. (2012): "**I Don't Want to Get Burned out": Desccribing One Teacher's First Experience with Including History**. Retrieved from: (http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG12/WG12_Clark.pdf ,15/4/2013).

Dennis, D. (2000): The Role of Historical Studies in Mathematics and Science Educational Research. in: K & L (editors). **Research Design in Mathematics and Science Education,** the National Science Foundation.

Farmaki, V, et al. (N.D): **Integrating the History of Mathematics in Educational Praxis An Euclidean Geometry Approach to the Solution of Motion Problems**. University of Athens. retrieved from: (http://www.math.uoa.gr/me/faculty/klaudatos3.pdf, 6\4\2013).

Fauvel, J& van Maanen, J. (editors) .(2002): **History in Mathematics: the ICMI study**, Kluwer Academic Publishers, United States of America.

Frederick, L. (2004): Teaching Mathematics Concepts Using a Multicultural Approach. in: T. Shockey (editor). **Paper presented at NCSM 04**, North American Study Group on Ethnomathematics.

Fried, M. (2008): **History of Mathematics and the Future of Mathematics Education**. Mathematics Education: an ICMI Perspective (WG5).

Fried, M. (2008): History of Mathematics in Mathematics Education: a Saussure an Perspective. in: B. Sriraman, et al. (editors). **The Montana Mathematics Enthusiast**, 5(2&3), pp. 185-198.

Furinghetti, F. (2004): History and Mathematics Education: A Look around the World with Particular Reference to Italy. **Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education**, 3(1,2), pp, 1 -20.

Furinghetti, F& Radford, L. (2008): Contrasts and Oblique Connections between Historical Conceptual Developments and Classroom Learning in

Mathematics. in: L. English (editor). **Handbook of International Research Education. Second edition**. New York.

Galili, I. (2008): **History of Physics as a Tool for Teaching**. The Hebrew Unversity of Jerusalem, retrieved from: (http:// www.web .phys.ksu.edu/icpe/Publications/teach2/Galili.pdf, 15\4\2013).

Garciadiego, A. (2002): History of Mathematics, an Intuitive Approach. **Humanistic Mathematics Network Journal**, 26, pp. 6-11.

Goodwin, D. (2007): **Exploring the Relationship between High School Teachers' Mathematics History Knowledge and their Images of Mathematics**. University of Massachusetts Lowell, Massachusetts. (Unpublished doctoral dissertation).

Goodwin, D. (2010): The Importance of Mathematics Teachers Knowing Their Mathematics History. **Journal for the Liberal Arts and Sciences**, 14(2), pp. 87-90.

Goral, M& Gnadinger, C. (2006): "Using Storytelling to Teach Mathematics Concepts**". APMC**, 11(1), PP. 4-8.

Guillemette, D. (2012): "Bridging Theorical and Empirical Account of the Use of History in Mathematics Education? A case Study". **History and Pedagogy of Mathematics**, 16-20 July, pp.73-83.

Haverhals, N& Roscoe, M. (2010): " The History of Mathematics as a Pedagogical Tool: Teaching the Integral of the Secant via Mercator's Projection". **TMME**, 7(2&3), pp. 339-367.

Heeffer, A. (2006): Learning Concepts through the History of Mathematics the Case of Symbolic Algebra. in: A. Bishop, et al. (editors). **Philosophical Dimensions in Mathematics Education**, Springer, Heidelberg.

Henke, A, et al. (2009): Case Studies for Teaching and Learning with History and Philosophy of science. (24-28 , June, 2009): the Tenth International History, Philosophy, and Science. University of Norte Dame, South Bend, USA.

Ho, W. (2008): **Using History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics in Singapore**. Paper presented at the 1st RICE, Raffles Junior College, Singapore.

Horton, L& Panasuk, R. (2011): "Raising Awareness the History of Mathematics in High School Curriculum". **International Journal of Humanities and Social Sciencs**, 1(16), pp. 37- 46.

Jankvist, U. (2009): " A categorization of the 'whys' and 'hows' of Using History in Mathematics Education ". **Educ. Stud. Math**, 71(3), pp.235-261.

Jankvist, U. (2012): **The Use of Original Sources and its Possible Relation to the Recruitment Problem**. retrieved from: (http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG12/WG12_Jankvist.pdf, 15/4/2013).

Katsap, A. (2002): Humanizing Mathematics: The Humanistic Impression in the Course for Mathematics Teaching. **Humanistic Mathematics Network Journal**, 26, pp. 12-19.

Kjeldsen, T. (2011): Uses of History in Mathematics Education: Development of Learning Strategies and Historical Awareness. in: M, Pytlak, et al.(editors). **CERME 7, Proceedings of the seventh Congress of the European society for Research in Mathematics Education**.

Lawrence, S. (2008): **History of Mathematics Making its Way Through the Teacher Networks Professional Learning Environment and the History of Mathematics in Mathematics Curriculum**. ICME 11, Mexico.

Lesser, L. (2000): Reunion of Broken Parts: Experiencing Diversity in Algebra. **The Mathematics Teacher**, 93(1), pp. 62- 67.

Liu, P. (2005): Investigation of Students' Views of Mathematics in a Historical Approach Calculus Course. in: Helen L Chick& Jill L Vincent (editors), the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 10 -15 July. Unversity of Melbourne, Australlia, pp.262.

Lonsbury, J& Ellis, J. (2002): Science History as a Means to Teach Nature Science Concepts: “Using the Development of Understanding Related to Mechanisms of Inheritance”. **Electronic Journal of Science Education**, 7(2).

Mamlok-Namman, R, et al. (2005): “Learning Science through A Historical Approach: Does it Affect the Attitudes of Non-Science –Oriented Students toward Science?”. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 3(3), pp 485-507.

Massa, M , et al. (2006): “ Teaching Mathematics through History: Some Trigonometric Concepts”. in: M. Kokowski (editor) . The Global and the Local: **The History of Science and the Cultural Integration of Europe**, Cracow, Poland.

Masson, S& Legendre, M. (2008): “Effects of Using Historical Microworlds on Conceptual Change: A P-prim Analaysis”. **International Journal of Environmental & Science Education**, 3(3), pp. 115-130.

Mota, C, et al. (2012): **The Teaching of the Concept of Tangent Line Using Original Sources**. retrieved from: (http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG12/WG12_Mota.pdf, 15/4/2013).

Newman, M& Copp, C. (2011): Primary Source and Science. **Teaching with Primary Sources Quarterly**, 4(1), pp. 1-3.

N.N. (2001): **Integrating History of Mathematics Classroom.** retrieved from: (http:// www.cmup.fc.up.pt/cmup/preprints/2001-25.pdf, 7/ 4 2013).

Pengelley, D. (2002): **A graduate Course on the Role of History in teaching mathematics**. National Center for Mathematics Education, University of Gothenburg, sewden.

Portman,J& Richardson, J. (1997): **The Maths Teachers’ Handbook**. Heinemann.

Radford, L. (1997): “On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History Of Mathematics”. **For the Learning Mathematics**, 17(1), pp. 26- 33.

Rowlands, S. (2006): “ A Cultural-Historical Approach to Teaching Geometry Part2: The Results of A Pilot Study”. **Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics**, 26(2), pp. 85-90.

Sfard, A. (1991): “On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin”. **Educational Studies in Mathematics**, 22, pp. 1- 36.

Snipes, V& Moses, P. (2001): “Linking Mathematics and Culture to Teach Geometry Concepts”. **LATM Journal**, 1(1).

Solomon, J, et al. (1992): “Teaching About the Nature of Science through History: Action Research in the Classroom”. **Journal of Research in Science Teaching**, 29(4), pp. 409-421.

Siu, M. (2000): The ABCD of Using History of Mathematics in the (undergraduate) Classroom. in Using History to Teach Mathematics: an International Perspective, MAA notes, (51). V. Katz (editor). **Washington DC: The Mathematical Association of America**, pp. 3-9.

Siu, M. (2007): “ No I don’t Use History of Mathematics in My Class. Why?” in: F. Furinghetti& S. Kaijser (editors). **Proceedings of HPM20047 ESU4**, Uppsala University, Uppsala.

Troutman, J& Mccoy, L. (2008): The Effect of Culturally Relevant in Math History on Students’ Attitudes. **The Journal of Mathematics and Culture**, 3(1), pp. 14 -51.

Tsiapou, V& Nikolantonakis, K. (2012): **The Development of Place Concepts to Sixth Grade Students via The Study Chinese Abacus**. retrieved from: (http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG12/WG12_Tsiapou.pdf,15/4/ 2013).

Tzanakis, C& Thomaidis,Y. (2011): **Classifying the Arguments and Methods to Integrate History in Mathematics Education: An Example**. University of Crete. retrieved from: (http://www.edc.uoc,gr/~tzanakis/ESU6/PdfFiles/1-14Tzanakis& Thomaidis.pdf , 25/ 4/ 2013) .

Van Amerom, B. (2002): **Reinvention of Early Algebra Developmental Research on the Transition from Arithmetic to Algebra**. University Utrecht, Utrecht. (un published Doctor Dissertation).

Yee, L& Chapman, E. (2010): "Using History to Enhance Student Learning and Attitudes in Singapore Mathematics Classroom". **Education Research and Perspectives**, 37(2), pp.110 – 132.

Yee, L. (2011): "Effects of Using History of Mathematics on Junior College Students' Attitudes and Achievement". **Traditions and (New) Practices**, 1, pp. 455-464.

Yevdokimov, O. (2004): " A View on Active Learning in Mathematics through Historical Context". An International Conference to Review Research on Science, **Technology and Mathematics Education**, pp. 99-101.

Yevdokimov, O. (2004): **Using Materials from the History of Mathematics in Discover- Based Learning**, retrieved from: (http//:www. Eprints.usq.edu.au/3353/1/yevdokimov_2004-6_ICME10.pdf,,15/3/2013)

ثالثاً: مراجع الوحدة المصممة

جامعة القدس المفتوحة. (2008). **تاريخ الرياضيات**. عمان، الأردن.

Bagni, G. (2005): Inequalities and Equations: History and Didactics. in: M. Bosch (editor). **Proceedings of CERME-4**, sant Feliu de Guixols.

Cajori, F. (2010): **A History of Mathematics**. the Macmillan Company, London.

Castagnola, E. (N.D): **The use of the History of Mathematics in the Learning and Teaching of Algebra**. retrieved from: (http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap285.pdf, 10/3/2013).

Christer, B. (2004): **Beyond the Representation given – The Parabola and Historical Metamorphoses of Meanings**. First edition. Bergen Unversity College, Bergen.

Corry, L. (N.D): **History of Algebra**. EBook.

Katz, V. (2007): "Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching". **Educational Studies in Mathematics**, 66. pp. 185-201.

Lawerence, S. (2007): **History of Mathematics for Young Mathematicians Year 12 Pure Mathematics Algebra1**.

Lempp, S. (2008): **Lecture Notes for Math 135: Algebraic Reasoning for Teaching Mathematics**. University of Wisconsin- Madison, USA.

Lawson, J. (2005): **Mathematics and its History**. Springer.

Smith, D. (2005): **History of Modern Mathematics. edition 10**. Columbia University, USA.

Sonnerhed, W. (2011): **Mathematics Textbooks for Teaching**, Gothenburg University .

Wodzicki, M. (2004): **Early History of Algebra: a Sketch**. Springer.

http://www.wikipedia.org.

الملاحق

ملحق (1): كتاب تسهيل المهمة من الجامعة.

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس
كلية العلوم التربوية
برامج الدراسات العليا

Al-Quds University
Faculty of Educational Science
Graduate Studies Programs

الرقم: ب د ع/13/02/640/46
التاريخ: 2013/02/16

حضرة السادة مديرية التربية والتعليم المحترمين،،
تربية القدس الشريف،،

الموضوع: تسهيل مهمة

تحية طيبة وبعد،،

تقوم الطالبة : **رتيبة يحيى ابو رميلة** ورقمها الجامعي (21110424)، بدراسة تتعلق برسالة ماجستير، بعنوان:

اثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الاساسي واتجاهاتهم نحوها

لذا يرجى من حضرتكم تسهيل مهمة الطالبة المذكورة أعلاه والتعاون معها، ولتطبيق الدراسة خلال الفصل الثاني 2013/2012.

شاكرين لكم حسن تعاونكم

الدكتور ابراهيم عرمان
منسق برنامج اساليب تدريس

كليـة العـلوم التربـوية
Faculty of Educational Sciences

ملحق (2): ورقة تسهيل المهمة من مديرية التربية والتعليم في محافظة القدس.

Awqaf Department
Directorate of Education
Jerusalem

دائرة الأوقاف العامة
مديرية التربية والتعليم
القدس

Fax : 6270727 | Email: info@ jdoe.edu.ps | P.O.Box 19092 | هاتف: 6270700

الرقم: ت م/29/30 / 446
التاريخ: 2013/2/27م
الموافق: 17/ ربيع الثاني / 1434هـ

مديري ومديرات المدارس المحترمين/ات

تحيه طيبة وبعد،،،

الموضوع: التدريب في مدارسكم

لا مانع من قيام الطالبة رتيبة يحيى أبو رميلة بتطبيق دراستها التي بعنوان: "اثر استخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات في فهم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحوها".

على أن لا يؤثر ذلك على سير العملية التعليمية.

مع الاحترام،،،

مدير التربية والتعليم لمحافظة القدس الشريف

و أ/ف ن

ملحق(3): تحليل محتوى الوحدة

الأهداف السلوكية في المجال المعرفية

	الاهداف	المجال المعرفي			
		معرفة	فهم	تطبيق	مستويات عليا
الدرس الأول	أن يحل الطالب المعادلة الخطية في مجهول واحد، إذا ما طلب منه ذلك وبشكل صحيح.			√	
	أن يتحقق الطالب من حل المعادلة الخطية بتعويض جذرها				√
الدرس الثاني	أن يعرف الطالب المعادلة التربيعية بعد اطلاعه على تعريفها وبدقة تامة.	√			
	أن يعبر الطالب عن مفهوم المعادلة التربيعية بلغته الخاصة بعد اطلاعه عليه.		√		
	أن يحل الطالب المعادلة التربيعية في مجهول واحد، باستخدام طرق حل المعادلة التربيعية وبشكل صحيح			√	
	أن يقارن الطالب بين المعادلة التربيعية والمعادلة الخطية، إذا ما طلب منه ذلك وبشكل صحيح				√
	أن يقارن الطالب بين المعادلة التربيعية في صيغة المربع الكامل من غيرها				√
	أن يحلل الطالب العبارة التربيعية بشكل صحيح				√
	أن يتحقق الطالب من حل المعادلة التربيعية بتعويض جذريها بدقة تامة				√
الدرس الثالث	أن يعرف الطالب مفهوم جذور المعادلة بعد دراستها وبشكل صحيح	√			
	أن يستخرج الطالب حاصل جمع وضرب الجذرين من المعادلة التربيعية إذا ما طلب منه ذلك وبدقة تامة.			√	
	أن يكون الطالب معادلة تربيعية إذا علم جذرييها بعد اطلاعه على العلاقة بينهم وبالشكل الصحيح				√
	أن يعرف الطالب الاقتران التربيعي بعد اطلاعه على	√			

الدرس الرابع	تعريفه وبدقة تامة.				
	أن يعرف الطالب مفهوم الانسحاب في المستوى الديكارتي بعد دراستها وبشكل صحيح	√			
	أن يرسم الطالب الاقتران التربيعي الذي مجاله ح كما هو وارد في الدرس مستخدما الانسحابات.			√	
	أن يستخدم الطالب التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية بعد اطلاعه عليها وبالشكل الصحيح.				√
	أن يحكم الطالب على تمثيل اقتران تربيعي في المستوى الديكارتي من خلال الانسحابات				√
الدرس الخامس	أن يلخص الطالب الحالات الثلاث للمميز بلغته الخاصة بعد اطلاعه على هذه الحالات الواردة في الدرس		√		
	أن يحدد الطالب طبيعة جذور المعادلة التربيعية من دون إيجاد الجذور، إذا ما طلب منه ذلك وبشكل صحيح.				√
	أن يصوغ الطالب العلاقة بين جذور المعادلة والتمثيل البياني لها في المستوى الديكارتي إذا ما طلب منه ذلك وبدقة تامة				√
الدرس السادس	أن يترجم الطالب مسألة كلامية إلى رموز ومعادلات بدقة تامة		√		
	أن يطبق الطالب حل المعادلة التربيعية في حل مسائل حياتية وبالشكل الصحيح.			√	
	أن يحكم الطالب على صحة مسألة حياتية مستخدما حل المعادلات				√
المجموع		**4**	**3**	**5**	**11**

الدرس	المحتوى	المفاهيم	المبادئ والقوانين
الدرس الأول	المعادلة	√	
	المعادلة الخطية	√	
	وضع الكميات المجهولة في طرف والكميات المعلومة في طرف آخر		√
الدرس الثاني	المعادلة التربيعية	√	
	حل المعادلة	√	
	أصفار المعادلة	√	
	عوامل المعادلة	√	
	تحليل المعادلة التربيعية	√	
	إذا كان حاصل ضرب عددين يساوي صفراً فان أحدهما على الأقل يساوي صفر أي أنه إذا كان أب = صفر فإن أ = صفر أو ب = صفر أو كلاهما		√
	تحليل العبارة التربيعية	√	
	جذور المعادلة	√	
	إكمال المربع	√	
	حل المعادلة التربيعية بطريقة إكمال المربع، هو جعل أحد طرفي المعادلة مربعاً كاملاً		√
	عند حل المعادلة التربيعية يجب جعل معامل $\text{س}^2 = 1$		√
	القانون العام $\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{2\,\text{أ}}$		√
الدرس الثالث	جذور المعادلة	√	
	اي معادلة تربيعية يمكن كتابتها على الصورة: س^2 – (مجموع جذري المعادلة) س +(حاصل ضرب الجذرين) = 0		√
	في المعادلة التربيعية أ س^2 + ب س +جـ = 0 إذا كان جذرا المعادلة س_1 ، س_2 فإن $\text{س}_1 + \text{س}_2 = -\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ و $(\text{س}_1 \times \text{س}_2) = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$		√
الدرس الرابع	الاقتران التربيعي	√	
	المجال	√	
	المدى	√	
	التمثيل البياني للمعادلة التربيعية	√	
	أي تمثيل بياني لأي اقتران تربيعي هو قطع مكافئ		√

	حل المعادلة بيانياً	√	
	الاقتران ق(س) = س^2 + ن هو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 بمقدار ن وحدة باتجاه محور الصادات الموجب إذا كانت ن موجبة والسالب إذا كانت ن سالبة		√
	الاقتران ق(س) = (س − م)^2 هو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 بمقدار م باتجاه محور السينات الموجب إذا كانت م موجبة والسالب إذا كانت م سالبة		√
	الاقتران ق(س) = أ س^2 هو تمدد للاقتران ق(س) = س^2 باتجاه محور الصادات الموجب إذا كانت أ موجبة وباتجاه محور الصادات السالبة إذا كانت أ سالبة		√
الدرس الخامس	المميز (ب^2 − 4 أ جـ)	√	
	إذا كانت ب^2 − 4 أ جـ > صفراً فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقين مختلفين، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة فإنه سوف يقطع محور السينات في نقطتين مختلفتين.		√
	إذا كانت ب^2 − 4 أ جـ = صفراً فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقين متساويين ويساوي كل منهما (− ب / 2أ)، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة فإنه سوف يقطع محور السينات في نقطة واحدة (محور السينات مماس للقطع المكافئ).		√
	إذا كانت ب^2 − 4 أ جـ < صفراً فإنه لا يوجد جذور حقيقية للمعادلة، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة فإنه لا يقطع محور السينات.		√
الدرس السادس	حل المعادلة التربيعية	√	

ملحق (4): الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي

الوحدة السابعة

وحدة المعادلات التربيعية

إعداد الباحثة:

رتيبة ابورميلة

المقدمة:

عزيزي الطالب في هذه الوحدة سوف نذهب في رحلة الى أحد علوم الرياضيات، وهو علم الجبر، ولكي لا نتوه في هذا العلم إليك هذا الدليل الذي يساعدك في إنجاز رحلتك، لذلك عليك أن تقوم بالتحضير مسبقاً لكل خطوة في هذه الرحلة.

ولكن هل تعرف ماذا نعني بالجبر ومن هو أول من أطلق هذه الكلمه على هذا العلم ؟

كلمة الجبر مشتقة من كتاب حساب الجبر والمقابلة، الذي كتبه العالم المسلم الخوارزمي، حيث شمل هذا الكتاب طرق حل المعادلات الخطية والتربيعية، والذي استند فيه على أعمال علماء الرياضيات اليونانين والهنود.

ولكن ماذا يعني عنوان الكتاب(حساب الجبر والمقابلة)؟

الخوارزمي في كتابه عنى بالجبر على أنه نقل كمية من أحد طرفي المعادلة إلى طرفها الآخر، مع مراعاة التأثر على الإشارة، كما عنى بالمقابلة على أنها تبسيط الكميات الناتجة بحذف الكميات المتساوية من طرفي المعادلة.

لذلك يعتبر العرب والمسلمون أول من أطلق لفظ الجبر على هذا العلم، وما زال يعرف في جميع اللغات بهذا اللفظ.

تاريخ الجبر بدأ عند البابليين حوالي 1600 قبل الميلاد، ثم اليونانيين ثم الهنود والصينيين (500 قبل الميلاد – 500 م)، إلى الفرس (800– 1100م) وبعد ذلك العرب والمسلمين، وهم أول من أطلق اسم الجبر على هذا العلم، ثم الايطاليون والفرنسيون في القرن السادس عشر.

عزيزي الطالب في هذه الوحدة سوف نقوم بدراسة المواضيع التالية التي تعد الأساس لعلم الجبر وهي :

1. المعادلة الخطية.
2. المعادلات التربيعية.
3. تمثيل الاقترانات التربيعية.
4. المميز وجذور المعادلة.
5. أسئلة عملية على المعادلات التربيعية.

الدرس الأول

المعادلات الخطية

عزيزي الطالب في هذا الدرس نتوقع منك تحقيق الاهداف التالية:

1. أن تحل المعادلة الخطية في مجهول واحد، إذا ما طلب منك ذلك وبشكل صحيح.
2. أن تتحقق من حل المعادلة الخطية بتعويض جذرها وبدقة تامة.

عزيزي الطالب في هذا الدرس سوف نتعرف إلى المعادلة الخطية وطريقة حلها، والتي سبق لك دراستها، ولكن هل سبق لك أن سألت نفسك ما هو تاريخ المعادلة الخطية وكيف تم الوصول الى طريقة لحل هذه المعادلة؟.

المعادلة : هي عبارة رياضية مؤلفة من رموز رياضية، تنص على مساواة تعبيرين رياضيين، ويعبر عن هذه المساوة عن طريق علامة التساوي (=).

منذ حوالي 1650 قبل الميلاد حاول المصريون (الفراعنة) حل المعادلات الخطية بمجهول واحد، فقد أظهرت النصوص المصرية الرياضية التي تتمثل في بردتين، وهما (بردة أحمس، وبردة موسكو) محاولة المصريين حل معادلات خطية بسيطة مثل 4س + 3 = 87، فقد استخدموا طريقة التخمين للوصول إلى الحل، قاموا بالتجربة واستبعاد الإجابات الخاطئة للوصول إلى الإجابة الصحيحة .

طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية من مجهول واحد هي طريقة التخمين، وتسمى هذه الطريقة باسم (الموقف الكاذب)، حيث يتم تخمين الحل، ثم تعديل الجواب الخاطئ للحصول على الجواب الصحيح، وهذه الطريقة استخدمت لعدة قرون، وأوصى بهذه الطريقة حتى أواخر عام 1884 م ، لم يتعامل المصريون مع الجذور السالبة فالمعادلة: أس + ب = 0 ليس لها حل عند المصريين لأن لها جذر سالب.

مثال(1) :

لنأخذ المثال التالي لنرى كيف قام المصريون بحل المعادلة الخطية:

ثلث وربع من أموالي يساوي 24 ديناراً، فكم من المال لدي؟

نحن لا نعلم كم من الدنانير لديه لذلك نفترض ان لديه 12 ديناراً (التخمين الأولي) هذا العدد يسمى (الموقف) ليصبح الحل :

$$(\frac{1}{3} \times 12) + (\frac{1}{4} \times 12) = 4 + 3 = 7$$

الجواب المطلوب / الجواب من التخمين :

$$\frac{24}{7}$$

ثم نضرب ناتج القسمة بالتخمين الأولي وهو الـــ 12

$$\frac{24}{7} \times 12 = \frac{288}{7}$$ وهو الجواب الصحيح

والآن عزيزي الطالب، لنتأكد من صحة الحل باستخدام طريقة حلنا للمعادلات الخطية:

$\frac{1}{3}$ س + $\frac{1}{4}$ س = 24

نجمع معاملات الـــ س (القيمة المجهولة) ، نوحد المقامات

$\frac{7}{12}$ س = 24

ومنها س = $\frac{288}{7}$

سؤال(1)

تعرفنا إلى طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية، وهي طريقة التخمين، حل المعادلة الآتية باستخدام هذه الطريقة:

3 س − $\frac{1}{4}$ س + $\frac{3}{8}$ س = 10

ثم جاء البابليون حوالي 1600 قبل الميلاد وطوروا إنجازات المصريين، وتوصلوا إلى طريقة التعويض، وطريقة الاختزال لحل المعادلات الخطية من مجهولين.

وطوال هذه الفترة والمعادلات كان يعبر عنها بالكلمات، إلى أن جاء العلماء اليونانيون، حيث امتدت الحضارة اليونانية (800 قبل الميلاد – 800 م)، فقد قام العالم اليوناني ديوفانتش(الذي يلقب بأبي الجبر) بتقديم المعادلات الجبرية في الرموز ولكنها كانت معقدة فلم تكن كاملة، والفرق بين الرموز التي استخدمها ديوفانتش والرموز الحديثة التي لدينا ونتعامل معها الآن هو عدم وجود رموز للعمليات (+، –، =)، واستخدم ديوفانتش الرمز(ζ) للدلالة على المجهول.

فالمعادلة التالية : 2س – 10 =0 كان ديوفانتش يحلها من خلال البحث عن الرقم الذي يجعل 2س أقل من 10، دون أن يجعل ذلك الحل سخيفا (أي سالب)، فلم يكن ديوفانتش يعترف بالأعداد السالبة، لذلك كان يعتني في اختيار المعاملات في المعادلات للحصول على أجوبة وحلول موجبة ونسبية .

ثم جاء الخوارزمي عام 825م في كتابه حساب الجبر والمقابلة، ووضع طرق لحل المعادلة الخطية والتربيعية، فهو أول من ألف في الجبر، فالجبر يعني: الزيادة في كل نقص حتى لا ينقصان، والمقابلة: تعني عمل الاختصارات بجعل الحدود المتشابهة حدا.

مثال (2) :

المعادلة الخطية التالية: 100– 10س = 70 حلها حسب مفهوم الخوارزمي:

تصبح بالجبر 100 = 70 + 10س (نقل كمية من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر مع مراعاة تغيير الاشارة، فالإشارة السالبة عند نقلها للطرف الآخر تتغير لتصبح موجبة).
وبالمقابلة تصبح 30 = 10س (تبسيط الكميات الناتجة بحذف الكميات المتساوية من طرفي المعادلة) ومنها 3 = س

مثال(3) :

حل المعادلة التالية باستخدام طريقة الخوارزمي:

2س−1 = س+2

تصبح بالجبر 2س = س+3 (نقل 1 من الطرف الأيسر إلى الأيمن مع تغيير الإشارة)

وبالمقابلة تصبح س = 3 (حذف الكميات المتساوية من طرفي المعادلة)

سؤال(2)

تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة الخوارزمي، حل المعادلة الآتية باستخدام هذه الطريقة:

3 س −7 = س +2

وفي القرن الثاني عشر انتشرت حركة الترجمة في أوروبا، فقد قام العالم باولو جيراردي بترجمة كتاب الخوارزمي (الحساب في الجبر والمقابلة) إلى اللاتنية ، وقد وضع باولو جيراردي 15 قاعدة لحل 15 معادلة والقاعدة التي وضعها لحل المعادلة الخطية هي نفسها التي قدمها الخوارزمي وفيبوناتش.

لآلاف السنين وصولاً الى القرن 16 لم يكن للمساواة الرمز (=)، فقد نشر ريكوردي عام 1557م كتاباً في الجبر، يعد أول كتاب بريطاني في الجبر، وفي هذا الكتاب ظهر الرمز(=) للدلالة على المساواة، وبرر هذا الاستخدام بقوله: "لا يوجد رمز آخر غير الخطين المتوازيين ليدل على المساواة".

ثم جاء عالم رياضيات ايطالي اسمه جيرولامو كاردانو(1501 – 1576م)، ووضع طريقة لحل المعادلة الخطية التي على الصورة أس + ب = جـ، وهذه الطريقة هي الطريقة الحديثة التي نستخدمها في حل المعادلات الخطية، وهي:

أ س + ب = جـ

أ س = جـ − ب

$\frac{1}{أ} \times$ أ س $= \frac{1}{أ} \times$ (جـ − ب)

س $= \frac{جـ - ب}{أ}$

سؤال(3)

تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة كاردانو وهي الطريقة الحديثة التي نستخدمها، حل المعادلات الآتية باستخدام هذه الطريقة :

$$\frac{س - 2}{4} = \frac{س - 1}{2}$$

مما سبق نستطيع تعريف المعادلة الخطية :

المعادلة الخطية لها صيغة عامة، وهي: أس + ب = جـ

س: المتغير وغير المعلوم.

أ، ب، جـ : الثوابت أو المعاملات.

في المعادلة الخطية الأس مرفوع للقوة 1، ولا يوجد قوة أعلى منها في المعادلة.

سميت بالمعادلة الخطية لان تمثيلها بيانياً عبارة عن خط مستقيم.

الاسئلة:

السؤال الأول :

تعرفنا إلى طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية، وهي طريقة التخمين حل المعادلة التالية باستخدام هذه الطريقة:

$$0.1\,\text{س} + 0.7\,\text{س} = 2$$

السؤال الثاني:

مما سبق تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة الخوارزمي، حل المعادلة الآتية باستخدام هذه الطريقة:

$$1 - \text{س} = \text{س} - 1$$

السؤال الثالث:

مما سبق تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة كاردانو، وهي الطريقة الحديثة التي نستخدمها حل المعادلة الآتية باستخدام هذه الطريقة :

$$\frac{\text{س} - 3}{2} = \frac{1}{3}\text{س} + 5$$

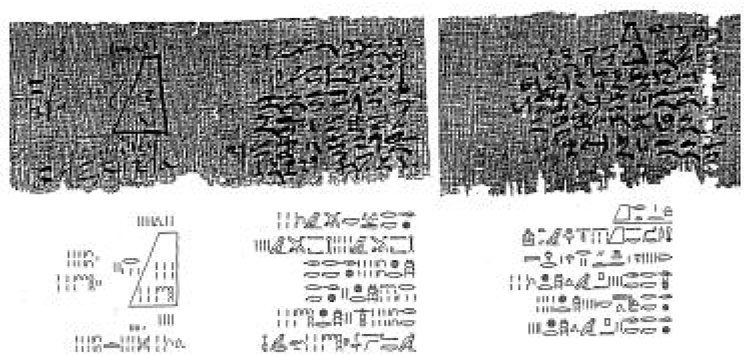
الوسائل التعليمية:

بردية أحمس وبردية موسكو

معظم ما نعرفه عن الرياضيات الفرعونية مشتق من مخطوطتين رياضيتين، إحداهما: معروفة باسم مخطوطة ريند (أو بردية أحمس) نسبة إلى جامع الآثار الاسكتلندي الذي اشتراها سنة 1858 م في إحدى بلدات النيل ويدعى هنري ريند، وهي عبارة عن لفافة من ورق البردى بعرض حوالي قدم وطول حوالي 18 قدماً وتحتوي على 85 مسألة، وهي موجودة الآن في المتحف البريطاني (ما عدا بعض الأجزاء الموجودة في متحف بروكلين)، وتدعى أحيانا مخطوطة أحمس نسبة إلى الشخص الذي نسخها في حوالي 1650 قبل الميلاد وهي مخطوطة مكتوبة في علم الجبر وحساب المثلثات، والمخطوطة توضح أن المصريين استعملوا معادلات من الدرجة الأولى، وحلوها بطرق مختلفة.

المخطوطة الثانية: تدعى مخطوطة موسكو نسبة إلى البلد المحفوظة فيها، وقد تكون أقدم من المخطوطة الأولى بحوالي قرنين، وتحتوي على 25 مسألة بعضها في الهندسة.

مخطوطة ريند (بردية أحمس)



مخطوطة موسكو

نشاط:

عزيزي الطالب هذا النشاط يهدف التعرف إلى طريقة العالم بهاء الدين العاملي في حل المعادلات الخطية، والتي تسمى بطريقة الميزان.

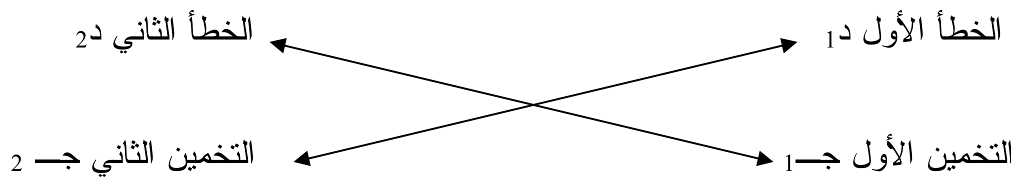
قام العالم بهاء الدين العاملي (1547–1622م) بإيجاد الجذر التقريبي للمعادلة الخطية أس+ب=0، مبتكراً طريقة جديدة سماها طريقة الكفتين أو طريقة الميزان الرياضي.
وتتلخص هذه الطريقة كما يأتي:

1. افرض أن $جـ_1$ ، $جـ_2$ هما قيما تخمينية للجذر(س)، وتؤديان إلى كون الطرف الأيسر يساوي $د_1$ ، $د_2$ على الترتيب.

   إذن : $أ\,جـ_1 + ب = د_1$

   $أجـ_2 + ب = د_2$

2. ارسم الميزان كما في الشكل التالي :



3. الجذر المطلوب هو : $س= \dfrac{(د_1\,جـ_2 - د_2\,جـ_1)}{(د_1 - د_2)}$

مثال:

حل المعادلة الآتية 4س+7 =0 بطريقة الميزان .

لنأخذ التقديرين جـ$_1$ =1 ، جـ$_2$ = 2

إذن : 4 (1) + 7 = 11 = د$_1$

4(2) + 7 = 15 = د$_2$

د$_1$ = 11	د$_2$ = 15
جـ$_1$ = 1	جـ$_2$ = 2

ومنها :

$$\text{س} = \frac{(1\times15)-(2\times11)}{(15-11)} = \frac{(15-22)}{(15-11)} = \frac{-7}{4}$$

سؤال:

حل المعادلة 3س+4 =0 بطريقة الميزان.

الدرس الثاني :

المعادلات التربيعية

عزيزي الطالب في نهاية هذا الدرس نتوقع منك أن تحقق الأهداف الآتية:

1. أن تعرف المعادلة التربيعية بعد اطلاعك على تعريفها وبدقة تامة.
2. أن تعبر عن مفهوم المعادلة التربيعية بلغتك الخاصة بعد اطلاعك عليه.
3. أن تحل المعادلة التربيعية في مجهول واحد، باستخدام طرق حل المعادلة التربيعية وبشكل صحيح.
4. أن تقارن بين المعادلة التربيعية والمعادلة الخطية، غذا ما طلب منك ذلك وبشكل صحيح.
5. أن تقارن بين المعادلة التربيعية في صيغة المربع الكامل مع غيرها.
6. أن تحلل العبارة التربيعية بشكل صحيح.
7. أن تتحقق من حل المعادلة التربيعية بتعويض جذريها بدقة تامة.

عزيزي الطالب في هذا الدرس سوف نتعرف إلى المراحل التي مرت بها المعادلة التربيعية وطرق حلها لكي تصل لنا في صيغتها الحالية، وهي: أس^{2} + ب س + جـ = 0 ، فالمقدار التربيعي أس^{2} + ب س + جـ إذا ساوى الصفر يصبح معادلة تربيعية، حيث أ $\neq$ صفر، لأنه إذا أ= صفر تصبح معادلة خطية وليس تربيعية.

يمكننا تقسيم المراحل التي مرت بها المعادلة التربيعة إلى ثلاث مراحل:

أولا: المرحلة الخطابية (البلاغة)، حيث كانت المعادلات التربيعية يعبر عنها باستخدام الكلمات مثل المعادلات عند المصريين القدامى (الفراعنة) والبابليين.
ثانيا: المرحلة الهندسية، ففي هذه المرحلة تم حل المعادلات التربيعية باستخدام الهندسة مثل المعادلات عند الإغريق (اليونان).
ثالثا: المرحلة الرمزية: في هذه المرحلة كل الأرقام والعمليات والعلاقات تم التعبير عنها من خلال مجموعة من الرموز السهلة والمتعارف عليها، حيث يتم إجراء المعالجات على الرموز حسب قوانين مفهومه.

ولكن متى ظهرت المعادلات التربيعية، وما الحاجة من ظهورها؟

منذ حوالي 2000 قبل الميلاد، استخدام البابليون المعادلات التربيعية، حيث قاموا بحل المشاكل التي يمكن أن تفسر باستخدام المعادلات التربيعية، وكان السبب في الحاجة الى المعادلات الجبرية هي الحاجة الى قياس مساحات الأراضي ومساحة الأشكال الهندسية وأطوال الأضلاع والاقطار وتحديد المناطق، واستند البابليون في حساباتهم على النظام الستيني، ومع ذلك لم يظهر استخدام الصفر والأعداد السالبة.

والرياضيات البابلية وصلت إلينا عن طريق النصوص المسمارية المحفوظة في الألواح الطينية التي كانت نصوصها الرياضية من نوعين : نصوص للجداول، ونصوص للمشاكل.
ونصوص الجداول تحتوي على جداول الضرب والأعداد المربعة تصل إلى 60^2 و الأعداد المكعبة، أما نصوص المشاكل فتحتوي على مشاكل تربيعية، والهدف منها إيجاد كميات هندسية، مثل: الطول، والعرض.

لم يستخدم البابليون الرموز الجبرية، وعبروا عن المشاكل الرياضية باستخدام الكلمات للكمية غير المعروفة :

الطول = length = Igum.

العرض = width = Igibum.

فالأفكار الأولى للمعادلة التربيعية نشأت من الأفكار ذات الطابع الهندسي من قبل علماء الرياضيات البابليين، مثل: إيجاد أطوال أضلاع المربع، أو المستطيل، وقام البابليون بحل المعادلة التربيعية باستخدام طريقة إكمال المربع التي سوف نتحدث عنها.

وفي 300 قبل الميلاد قام العالم الاغريقي إقليدس بحل المعادلات التربيعية عن طريق معالجة الاشكال الهندسية معمتدا بشكل واضح على المسلمات حيث قام بتقديم هذا الحل في كتابه الذي يحمل عنوان "العناصر Π" .

وفي القرن الثاني أو الثالث الميلادي كان الجبر في المرحلة الخطابية، حيث كانت تستخدم الكلمات والنصوص للتعبير عن المعادلات، حتى قام العالم الإغريقي ديوفانتش الذي كان يعيش في الاسكندرية في مصر حوالي القرن الثالث الميلادي، باستخدام الرموز للتعبير عن المعادلات فقد استخدم الحرف (ζ) للتعبير عن الكمية المجهولة، كما أنه استخدم الأبجدية اليونانية لكتابة الأرقام.

وفي معظم كتابته تعامل مع معادلات غير محددة تتضمن أكثر من مجهول، وعدد لا حصر له من الحلول المحتملة، كانت مشكلته أنه لا يستطيع تمثيل أكثر من مجهول، إلا أنه حل معادلات من الدرجة الثانية مع مجهولين من خلال استبدال الواحد تلو الآخر.

ديوفانتش لم يجد طريقة عامة لحل المعادلات التربيعية، فقد كانت حلوله متخصصة ملائمة للمشاكل التي كانت بين يديه، وعندما قام ديوفانتش بحل المعادلة التربيعية كان يتوقف عند الحل الأول لأنه لم يقترح قط أن مثل هذه المعادلات قد يكون لها حلان، لأنه لم يتعامل مع الجذور السالبة، ولكن ديوفانتش كان يكتب المعامل بعد الكمية المجهولة، أي أنه كانت يكتب معامل الـــ

س بعد الـــ س مثل:(س أ)، وليس كما نكتبه نحن اليوم حيث نكتب معامل الـــ س قبل الـــ س مثل: (أ س).

في نهاية القرن التاسع (حوالي 825 م) قام العالم أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي (780–850 م) بتقديم إجراءات حل ستة أنواع من المعادلات وهي:

1. أ س^2 = ب س.
2. أ س^2 = جـــ .
3. ب س = جـــ .
4. أ س^2 + ب س = جـــ .
5. أ س^2 + جـــ = ب س.
6. ب س + جـــ = أ س^2

حيث قدم حلول هذه المعادلات في كتابه المشهور (حساب الجبر والمقابلة)، الذي اشتق منه اسم علم الجبر، ويعد الخوارزمي أول من ألف في الجبر، وفي هذا الكتاب لم يستخدم الخوارزمي الرموز ولكنه استخدم لغة خاصة به كما أن الصفر لم يظهر في هذا الكتاب ولا الأعداد السالبة.
وتم تطوير الجبر والهندسة قديما في نفس الوقت في مصر وبلاد فارس واليونان والهند والصين، وبعد ذلك عند علماء المسلمين في العصور الوسطى ثم بدأت أوروبا الغربية الكفاح من أجل تطوير علم الجبر، ومن بعض علماء الجبر في ايطاليا وهو ليوناردو بيسانو.

ليوناردو بيسانو (1170–1250 م)

قام العالم ليوناردو بيسانو الذي عرف فيما بعد باسم فيبوناتشي عالم الرياضيات الايطالي في القرنين 12 و13 بالسفر إلى بلاد فارس والهند والصين، وعندما عاد إلى إيطاليا أحضر معه معرفة واسعة في الجبر والحساب وكتابه (liber abbaci) كان أفضل كتاب مدرسي في الرياضيات حتى نهاية العالم القديم، وكان الفضل لكتابه في تقديم الأرقام الهندية والصفر للغرب، وهو أول من أدخل الاختصارات للكمية المجهولة ولم يكن هناك جذور سالبة، ولم يكن هناك طريقة عامة لحل المعادلة.
إن العالم الفرنسي فرانسوا فيتي هو أول من قدم مفهوم للمعادلة التربيعية يتفق مع المعنى الحديث لها، كما أنه أول من استخدم الحروف التي تمثل الأرقام بصورة منظمة وفعالة، فقد استخدمها في كتابه الذي نشر في القرن السادس عشر ميلادي.

طرق حل المعادلة التربيعية

أولا: التحليل إلى العوامل

أول طريقة من طرق حل المعادلات التربيعية التي سوف نتعلمها هي طريقة التحليل إلى العوامل.

ماذا نعني بالعوامل: عوامل العدد هي الأعداد التي يقبل القسمة عليها دون باقي، فمثلا العدد 12 عوامله: 1، 2، 3، 4، 6، 12.

نلاحظ بأن العدد 12 قابل للقسمة على الأعداد السابقة دون باقي، كما يمكن تحليل العدد 12 إلى $12 = 3\times4$ (حاصل ضرب عوامله)

ومن هنا نستطيع كتابة المعادلة التربيعية كحاصل ضرب العوامل، ولكن من أوجد هذه الطريقة؟

التحليل للعوامل لم يتم استخدامه من قبل إلا في عمل توماس هاريوت عام 1631م، وفي هذا الكتاب تجاهل الكاتب الجذور السالبة، ومات هاريوت عام1621 وهذا الكتاب نشر بعد وفاته بعشر سنوات، حيث ظهر فيه لأول مرة الرمزان (>،<) للدلالة على رمز (أكبر من وأصغر من).

توماس هاريوت (1560–1621 م)

والمعادلات التربيعية التي نحن بصدد حلها باستخدام التحليل للعوامل قد تكون مكتوبه على شكل:

1. حاصل ضرب عاملين.
2. غير مكتوبة كحاصل ضرب العوامل.

<u>**أولا:** المعادلة المكتوبة على شكل حاصل ضرب عاملين:</u>

فالمعادلة التي تكون مكتوبة على شكل حاصل ضرب عاملين مثال:

(س+أ)(س+ب)=0 ⟸ هنا الطالب يتعامل مع قطعة من المنطق، ويشار إليها بمبدأ هاريوت الذي ينص : بأنه يمكن لعددين أن يكون ناتج ضربهم صفراً إذا كان على الأقل واحد منهم يساوي الصفر.

أي أنه إذا كان أب = 0 إما أ=0 أو ب =0 أو كلاهما =0

ومنه فإما (س+أ) = 0 أو (س+ب) = 0

وبالتالي : إما س = –أ أو س= –ب

وهنا لابد أن نراعي بأنه عند نقل كمية من طرف المعادلة إلى الآخر، يتم تغيير الإشارة فالموجب يتغير للسالب والسالب يتغيير للموجب، (وهذا ما عنى به الخوارزمي بكلمة الجبر)، أي أننا نضيف النظير الجمعي لـــ أ، ب وهما – أ، – ب للطرفين، بحيث تصبح: س+أ–أ=–أ، س+0=–أ ، س= –أ، وهكذا بالنسبة لـــ ب .

ذكر هاريوت أنه إذا كانت أ، ب حلولاً للمعادلة فإن :
(س – أ) (س – ب) = 0

مثال(1) :

حل المعادلة الآتية:

(س−1)(س+2)=0

إما س−1 = 0 أو س+2 =0

إذن س=1 أو س= −2

س = 1 أو −2 هذان الحلان يطلق عليهما اسم حلول المعادلة وأيضا جذور المعادلة.

مثال(2) :

حل المعادلة الآتية: 5س(2س−3)=0

إما 5س = 0 أو 2س −3 = 0

س= 0 أو س = $\frac{3}{2}$

الاسئلة:

حل المعادلات الآتية من خلال تطبيق مبدأ هاريوت:

1) س(س−11) = 0

2) (3س−2)(2س+3) = 0

<u>ثانيا: حل المعادلات التربيعية غير المكتوبة كحاصل ضرب عوامل:</u>

لكي نقوم بحل هذه المعادلات يجب أن نتبع الخطوات التالية:

1. أن نكتب المعادلة على الصورة أس^2 + ب س + جـ=0، إذا لم تكن المعادلة مكتوبة على هذه الصورة.
2. ثم نحلل الطرف الأيمن كما تعلمنا سابقا.
3. ثم نطبق مبدأ هاريوت.

تعامل العالم بومبيله (1526−1572) بحساب الأعداد السالبة ووضع قواعد ضربها المعروفة الآن: سالب×سالب= موجب، سالب×موجب=سالب، موجب×موجب= موجب

هل سبق لك عزيزي الطالب، أن سألت نفسك لماذا المعادلة التربيعية لها حلان، والمعادلة الخطية لها حل واحد؟

في أواخر القرن الثامن عشر ظهرت النظرية الأساسية التي تنص على أنه كل معادلة لها جذور والمبريت في (1746م) أعطى دليلا عليها كما فعل لاجرانج في(1772م)، ولابلاس في (1795م)، وغاوس في (1799م)، وأرغند في (1806م).

والنظرية الأساسية تنص على أنه: كل معادلة من الدرجة ن لها عدد جذور ن .

فنظرية المعادلات الحديثة تعود إلى أبيل وجاليوس الذي له مذكرات خاصة بشأن هذا الموضوع والتي لم تنشر حتى 1846م بعد وفاته بـــ 15 سنة، نظرية جاليوس والتي تسمى بنظرية مجموعة المعادلة التي تنص على أنه لكل معادلة مجموعة من الجذور ولكنه مات قبل أن يقدم بياناً عملياً (إثبات) لعدة افتراضات هامة.

الاسئلة:

حل المعادلات الآتية:

1) س^{2} = س + 12.
2) 3س^{2} + 10س = 8 .
3) ص^{2} −15ص + 56 = 0 .
4) 36س^{2} + س = 2 .
5) س^{2} = س .

الوسائل التعليمية:

أبي عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي

٧٨٠-٨٥٠

لقد تحدثنا سابقا عن عالم الرياضيات المسلم الخوارزمي، وأنه أول من كتب في الجبر في كتابه (الحساب في الجبر والمقابلة)، كما تحدثنا عن استخدامه لغة خاصة في هذا الكتاب، فاللغة التي استخدمها في الحل كانت تسمى قياسا.

لنأخذ لمحة عن هذه اللغة:

لقد صنف الخوارزمي الأعداد التي تلزم في الجبر والمقابلة إلى ثلاثة صنوف:

الجذر: وهو ما ما يشار إليه بالرمز س .

المال: وهو ما يشار إليه بالرمز س^2.

العدد المفرد: وهو الخالي من الرمز س أو س^2.

تناول ست مسائل عملية، نذكر هنا واحدة منها:

" عشرة قسمتها قسمين، فضربت أحد القسمين في الآخر، ثم ضربت أحدهما في نفسه، فصار المضروب في نفسه، مثل أحد القسمين في الآخر أربع مرات"

لنقم بحل هذه المسألة باستخدام اللغة التي نستخدمها:

عشرة قسمتها قسمين: لنفرض أن العدد 10 قسمتها لقسمين: القسم الأول = س اذا القسم الثاني = 10 – س .

فضربت أحد القسمين في الآخر: س (10 – س) = 10 س – س^2.

ثم ضربت أحداهما في نفسه: س × س = س^2.

أحد القسمين في الآخر أربع مرات = 4 (10 س – س^2) =40س – 4س^2

فصار المضروب في نفسه مثل أحد القسمين في الآخر أربع مرات:

س^2 = 40س – 4س^2 تصبح بالجبر 5س^2 = 40س

تصبح بالمقابلة س = 8

نشاط:

عزيزي الطالب يهدف هذا النشاط إلى الانتقال بك إلى حياة عالم مسلم معروف على مستوى العالم، والذي أطلق إسم الجبر على هذا العلم، وهو الخوارزمي.

تحدثنا عن كتاب الخوارزمي، ولغته التي استخدمها في كتاب (حساب الجبر والمقابلة)، وعرضنا مسألة قام الخوارزمي بحلها، ولكننا قمنا بحلها باستخدام اللغة التي نستخدمها اليوم(باستخدام الرموز).

والمطلوب منك في هذا النشاط أن تقوم بعمل بحث عن حياة الخوارزمي وإنجازاته وعن كيفية حله للمسائل باستخدام لغته، ويمكنك الرجوع للكتب والانترنت لعمل هذا البحث بحيث لا يتجاوز عشر صفحات، ثم قم بمناقشته مع زملائك.

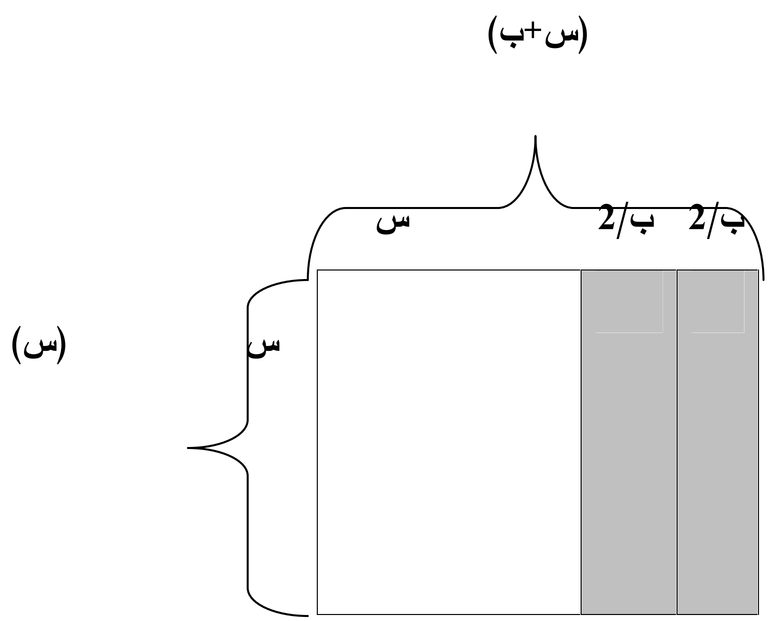
ثانيا: طريقة إكمال المربع

طريقة إكمال المربع لها تاريخ حافل، فهي ليست طريقة حديثة، وإنما لها أصول قديمة تاريخية، فقد نشأت من الهندسة القديمة، وتعود هذه الطريقة إلى البابليين، وفيما يلي سوف نتعرف إلى تطور هذه الطريقة.

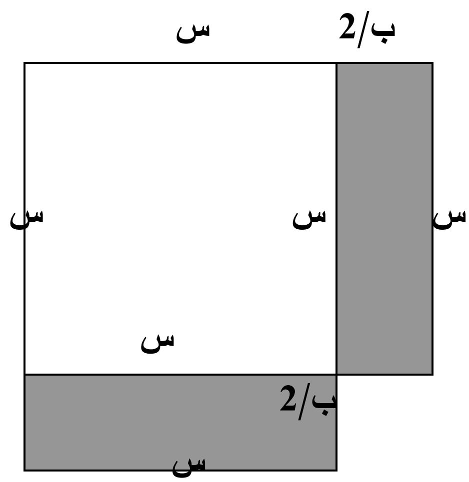
أولا: البابليون

طريقة إكمال المربع عند البالبليين كان يتم حلها من خلال الهندسة، بحيث تتكون طريقة الحل من تشكيل مستطيل طول أحد ضلعيه = س والضلع الآخر س+ب

نقسم المستطيل من اليمين من جانب س وب إلى مستطيلين متساويين طولهم س وعرضهم ب/2



ثم نأخذ أحد المستطلين ونلصقه في القاعدة السفلى باستثاء الزاوية اليمنى السفلى للمستطيل، بحيث يصبح الشكل كما يلي:



نلاحظ بأنه في الزاوية اليمنى السفلى يظهر شكل مربع طول ضلعه ب/2 .

والآن، لنقم بحساب المساحة ولنفرض ان المساحة = جـ :

نلاحظ بأن الشكل المطلوب ايجاد مساحته هو عبارة عن مربع طول ضلعه ($\frac{ب}{2}$ +س) قص منه من ناحية الزاوية اليمنى السفلى مربع مساحته $(\frac{ب}{2})^2$

وبالتالي تصبح المساحة :

المساحة = مساحة المربع طول ضلعه ($\frac{ب}{2}$ +س) – مساحة المربع طول ضلعه ($\frac{ب}{2}$)

جـ = $(\frac{ب}{2}+س)^2 - (\frac{ب}{2})^2$ ⟵ بنقل $(\frac{ب}{2})^2$ للطرف الآخر مع مراعاة تغيير الاشارة.

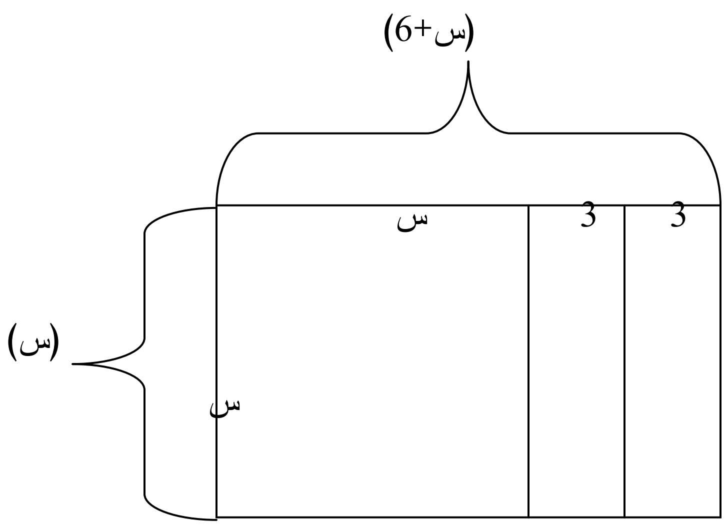
جـ + $(\frac{ب}{2})^2$ = $(\frac{ب}{2}+س)^2$ ⟵ نزيل التربيع باستخدام الجذر لتصبح المعادلة

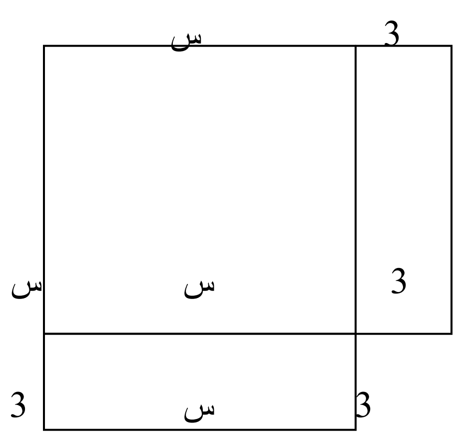
$\sqrt{جـ + (\frac{ب}{2})^2} = \frac{ب}{2} + س$ ⟵ نطرح $\frac{ب}{2}$

$س = \sqrt{جـ + (\frac{ب}{2})^2} - \frac{ب}{2}$

مثال(1) :

لنأخذ المثال التالي، ونقوم بحله باستخدام طريقة البابليين، أي طريقة إكمال المربع:
لدينا المستطيل الذي أطوال أضلاعه هي (س+6) و س ومساحته تساوي 3 لكي نوجد قيمة س، نقسمه من ناحية اليمين (الضلع (س+6))، ليصبح لدينا مستطلان أطوال أضلاعهم 3 وس ثم نأخذ أحد المستطليين ونلصقه في أسفل المستطيل





مساحة الشكل = مساحة مربع طول ضلعه (س+3) – مساحة مربع طول ضلعه 3

$$3 = (\text{س}+3)^2 - (3)^2$$

$$3 = (\text{س}+3)^2 - 9$$

$$3 + 9 = (\text{س}+3)^2$$

$$12 = (\text{س}+3)^2$$

$$\sqrt{12} = \text{س}+3$$

$$\sqrt{12} - 3 = \text{س}$$

لم يتعامل البابليون مع الجذور السالبة لأنهم كانوا يستخدمون المعادلات التربيعية في إيجاد أطوال أضلاع المستطيل

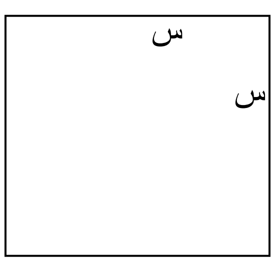
ثانيا: الخوارزمي

قام الخوارزمي بحل المعادلات باستخدام طريقة إكمال المربع، معتمدا على من سبقوه من العلماء البابليين والإغريق، فقد قام بحل المعادلة التالية بعدة طرق، منها طريقة إكمال المربع هندسيا وهذه المعادلة هي:

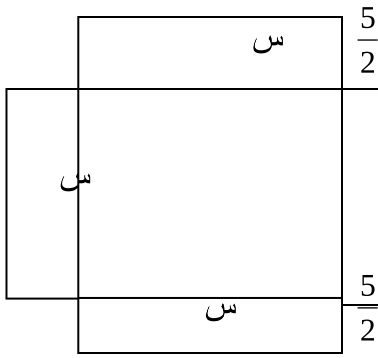
$\text{س}^2 + 10\text{س} = 39$ وهذه المعادلة هي من المعادلات التي على الصورة: $\text{أس}^2 + \text{ب س} = \text{جـ}$

طريقة الحل التي قام بها الخوارزمي هي كما يلي:

1. نرسم مربع طول ضلعه س ومساحته تساوي س^2 .



2. ثم نضيف على كل ضلع مستطيل عرضه $\frac{5}{2}$ ($=\frac{10}{4} = \frac{\text{ب}}{4}$)، بحيث تصبح مساحة كل مستطيل تساوي $\frac{5}{2}$ س

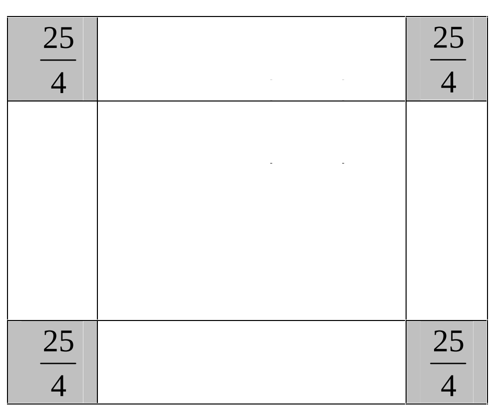


3. يصبح الشكل عبارة عن مربع مساحته س^2 وأربع مستطيلات مساحة كل واحد منهم يساوي $\frac{5}{2}$ س
4. تصبح مساحة الشكل = س^2 + 4× ($\frac{5}{2}$ س)

= س^2 + 10 س

= الطرف الايسر من المعادلة = 39

5. والآن لنكمل رسم المربعات الناقصة في الزاويا، نلاحظ أن كل مربع طول ضلعه $\frac{5}{2}$ وبالتالي فإن مساحة كل مربع $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$ ، ليصبح الشكل كما يلي:



6. فتكون مساحة المربع الكبير الكامل = 39 + 4×($\frac{25}{4}$) = 39 + 25 = 64.

7. ضلع المربع الكبير = $\sqrt{64}$ = 8

8. ضلع المربع الكبير يساوي= س + $\frac{5}{2}$ + $\frac{5}{2}$ = 8

س + 5 = 8

س = 3

لقد اعتبرت المعادلة :

س^2 + 10 س = 39

المعادلة الذهبية في الجبر لعدة قرون، وأول من تعامل معها هو الخوارزمي

الجذر: وهو ما يشار إليه بالرمز س .
المال: وهو ما يشار إليه بالرمز س^2

الطريقة الجبرية:

أما الآن لنتعرف على الطريقة الجبرية التي اتبعها الخوارزمي في حل المعادلات التربيعية باستخدام طريقة إكمال المربع، وهي نفس الطريقة التي نتعامل معها اليوم، ولكن الخوارزمي قام بحلها باستخدام لغته الخاصة التي استخدمها في كتابه (الحساب في الجبر والمقابلة) والتي تعرفنا إليها سابقا، لنأخذ المعادلة الذهبية التي تعامل معها الخوارزمي:

س^2 + 10س =39

وننفذ الخطوات التالية كما صاغها الخوارزمي:

1. ننصف الجذور : $\frac{10}{2} = 5$
2. فنضربها في مثلها فتكون = $5\times5 = 25$
3. فنزيدها على التسعة والثلاثين فتكون $25 + 39 = 64$
4. فنأخذ جذرها فتكون $\sqrt{64} = 8$
5. فننقص منه الأجذار فيتبقى: $8 - 5 = 3$
6. وهو جذر المال المطلوب أي س = 3

ذكر الخوارزمي في كتابه إن لكل المعادلات التربيعية يوجد جذران في حين، أن ديوفانتش الاغريقي لم يتوصل إلا إلى جذر واحد، مع أن الخوارزمي عند حله لهذه المعادلات لم يأخذ إلا الجذور الموجبه، وبين أن هناك معادلات يستحيل حلها (بمعنى ان الجذور غير حقيقية).

ونلاحظ مما سبق أن الخوارزمي كان يأخذ الجذور الموجبة فقط، ففي تلك الفترة لم يعترف علماء الرياضيات بالجذور السالبة حتى القرن السادس عشر، وأصبحت الجذور السالبة مقبولة مع نهاية هذا القرن، كما نلاحظ أنه في المعادلات السابقة كان معامل س^2 =1.

يمكن **تلخيص** خطوات حل المعادلات التربيعية(أس^2 + ب س + جـ =0) حسب الطريقة الجبرية للخوارزمي كما يلي وهي الطريقة التي نستخدمها في الوقت الحاضر:

1. ابدأ بجعل معامل س^2=1 أي جعل أ =1.
2. ننتقل الثابت (جـ) الى الطرف الأيسر مع مراعاة تغيير الإشارة عند نقله إلى الطرف الآخر.
3. نجعل الطرف الأيمن وهو (أس^2 +ب س) مربعاً كاملاً بإضافة $(\frac{ب}{2})^2$ (نصف معامل س) إلى طرفي المعادلة.
4. بعد أن أصبح الطرف الأيمن مربعاً كاملاً نأخذ الجذر التربيعي للطرفين .
5. نكتب الحل على الصورة د ± $\sqrt{هـ}$.

مثال(2) :

الآن لنتبع الخطوات السابقة في حل المعادلة الآتية:

4 س^2 +2 س − 5 = 0

1) معامل س^2 ≠ 1 نجعله يساوي 1 بقسمة المعادلة على4 لتصبح المعادلة: س^2 + $\frac{1}{2}$س − $\frac{5}{4}$=0

2) ننقل الـــ ($\frac{5}{4}$) إلى الطرف الأيسر مع مراعاة تغيير الإشارة لتصبح المعادلة:

س^2 + $\frac{1}{2}$ س = $\frac{5}{4}$

3) نضيف $\frac{ب}{2}$ وتساوي $\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{2}$ ÷ 2) لكلا الطرفين لتصبح المعادلة:

س^2 + $\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{4}$ = $\frac{5}{4}$ + $\frac{1}{4}$

س^2+ $\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{4}$ = $\frac{6}{4}$

4) (س^2+ $\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{4}$) مربع كامل يمكن كتابته على الصورة (س + $\frac{1}{2}$)^2 لأن حاصل تحليل (س+$\frac{1}{2}$)^2 حسب القانون(الحد الأول تربيع + 2(× الحد الأول × الحد الثاني)+ الحد الثاني تربيع) يساوي (س^2+ $\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{4}$) وهي الطرف الأيمن من المعادلة.

5) تصبح المعادلة:

(س+ $\frac{1}{2}$)^2 = $\frac{6}{4}$ بأخذ الجذر للطرفين تصبح: س+ $\frac{1}{2}$ = ± $\sqrt{\frac{6}{4}}$

6) س = − $\frac{1}{2}$ ± $\frac{\sqrt{6}}{2}$

الاسئلة:

حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة إكمال المربع:

1) س^2 = 10س + 2

2) 2 س^2 −3س =4

3) س^2 − س −13 =0

نشاط:

عزيزي الطالب هذا النشاط يهدف للتعرف إلى سبب تسمية طريقة إكمال المربع بهذا الاسم.

تحدثنا فيما سبق عن طريقة إكمال المربع في تحليل المعادلة التربيعية، كما تعرفنا إلى طريقة البابليين والخوارزمي في استخدام هذه الطريقة، ولكن هل سبق أن سألت نفسك عن سبب تسمية هذه الطريقة بهذا الاسم، لذلك فالمطلوب منك عزيزي الطالب أن تبحث عن سبب تسمية هذه الطريقة بهذا الاسم، وناقشه مع زملائك.

ثالثاً: **حل المعادلة التربيعية بواسطة القانون العام:**

في هذا الدرس عزيزي الطالب سوف نقوم برحلة مع القانون العام لنتعرف إلى المحطات التي مر بها لكي يصلنا بالشكل الذي هو عليه الآن وهو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4 أ جـ}}{2 أ}$$

القانون العام: طريقة تمكننا من حل المعادلة التربيعية على الصورة: أ$س^2$ +ب س +جـ = 0 ومنه نستطيع التعرف إلى جذري المعادلة سواء أكانا عددين حقيقين أو غير حقيقين.

وأول محطة مر بها القانون العام كان عند البابليين حوالي 1600 قبل الميلاد، فقد توصلوا الى القانون العام من خلال حلهم للمسائل الهندسية، مثل إيجاد أطوال أضلاع المستطيل، وكان القانون العام لديهم يأخذ الشكل التالي:

$$س = \sqrt{\left(\frac{ب}{2}\right)^2 + جـ} - \frac{ب}{2}$$

وبعد ذلك قرر القانون العام السفر من الحضارة البابلية، و في أثناء سفره توقف في محطة أخرى والتي تعد المحطة **الثانية** في رحلته، وكانت هذه المحطة في الحضارة الاغريقية (اليونانية) حوالي 300 قبل الميلاد، وفي هذه المحطة قابل عالم رياضيات إغريقي اسمه إقليدس الذي كان في ذلك الوقت شخصاً مشهوراً في هذه الحضارة، فقد ألف العديد من الكتب في مجال الهندسة، ومنها كتابه "العناصرΠ "، فعندما قام إقليدس بالتعرف إلى القانون العام قرر أن يعطي القانون العام شكلاً جديداً غير الذي اعطاه إياه البابليون، واستخدم الهندسة لإعطائه هذا الشكل:

$$س = \frac{ب}{2} + \sqrt{\left(\frac{ب}{2}\right)^2 - جـ}$$

عرف الهنود أن خارج قسمة

موجب / *موجب* ، *سالب* / *سالب* **يساوي موجباً**

وأن خارج قسمة

موجب / *سالب* ، *سالب* / *موجب*

يساوي سالباً

طوال هذه الفترة كان القانون العام يتعامل مع الكلمات والأشكال الهندسية ولم يتعامل مع الأرقام، لذلك قرر السفر من الحضارة الإغريقية، وفي أثناء سفره توقف في محطة أخرى والتي تعد المحطة **الثالثة** في رحلته، وكانت هذه المحطة في الهند، وهناك قابل العديد من العلماء الهنود الذين تعاملوا معه بشكل جبري، وليس بشكل هندسي كما تعامل معه البابليون والإغريق، فأول عالم هندي قابله كان العالم إبرهاما غوبتا (598-665م)، وهو أول عالم رياضيات تعامل مع الأرقام السالبة والصفر، وقدم للعالم الحل العام للمعادلة، وأدرك أن هناك جذرين للمعادلة التربيعية، وهناك احتمال أن يكون أحد هذه الجذور سالباً، كما قام العلماء الهنود بتعريف الأرقام للقانون العام الذي بدأ بالتعامل معهم، وبعد ذلك قابل القانون العام عالم هندي آخر، وهو سريدهار في 1025م، وهو أول من أعطى القاعدة الهندوسية في حل المعادلات التربيعية، ونقل عنه العالم الهندي بهاسكارا في 1150م الطريقة فهو أول من أدرك أنه لأي رقم موجب له جذران، أحدهما موجب والآخر سالب، فقد كانت الطريقة التي تعامل معها العلماء الهنود مع المعادلة التربيعية لكي يعطوا القانون العام شكلاً يختلف عن الأشكال السابقة التي أعطاها كل من البابليين والإغريق تتجلى في الخطوات التالية:

أ س^{2} + ب س = جـ نضرب المعادلة بـ 4 أ (أربعة أضعاف معامل س^{2}) لتصبح المعادلة كما يلي:

4 أ^{2} س^{2} + 4 أ ب س = 4أجـ ثم نضيف ب^{2} (مربع معامل س) لتصبح المعادلة كما يلي:

4 أ^{2} س^{2} + 4 أ ب س + ب^{2} = 4أجـ + ب^{2} الطرف الأيمن يساوي مربعاً كاملاً =(2أس+ب)^{2}

(2أس + ب)^{2} = 4أجـ + ب^{2} ثم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

2أس + ب = ± $\sqrt{\text{4أجـ + ب}^{2}}$

2أس = ± $\sqrt{\text{4أ جـ + ب}^{2}}$ − ب

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 + 4أجـ}}{2أ}$$

وبعد ذلك قرر القانون العام السفر من الهند وفي أثناء سفره توقف في محطة أخرى، والتي تعد المحطة الرابعة في رحلته، وكانت هذه المحطة في بلاد فارس، حيث قابل هناك العديد من العلماء المسلمين منهم الخوارزمي (780 – 850)، فعندما تعرف الخوارزمي إلى القانون العام تعامل معه باستخدام لغة خاصة به، وكان قد وضع للقانون العام شكلاً بحيث يعطي حلولاً موجبة، فلم يكن الخوارزمي يتعامل مع الحلول السالبة، وكذلك كان يتعامل مع المعادلات التربيعية التي معامل($س^2$) يساوي 1 أي أ =1، فكان شكل القانون العام كما يلي:

$$س = \sqrt{\left(\frac{ب}{2}\right)^2 + جـ} - \frac{ب}{2}$$

ما زال القانون العام منذ أن بدأ رحلته وعلماء الرياضيات الذين قابلهم كانوا يكتبونه باستخدام الكلمات، وبعد أن سئم من استخدام الكلمات قرر في نهاية القرن السادس عشر السفر، إلى وروبا التي تعد المحطة الخامسة في رحلته، وهناك قابل العديد من العلماء، وعرض عليهم مشكلته بأنه لا زال يتعامل مع الكلمات والجذور الموجبة، وأول عالم قابله كان العالم الايطالي كاردانو عام (1545م)، فعندما قابله القانون العام كان مشغولا في حل المعادلات التكعبية وأثناء حله توصل إلى وجود جذور غير حقيقية (وهي جذر العدد السالب)، وبالرغم من ذلك فإنه لا يعترف بالجذور السالبة، فهو بذلك أعطى للقانون العام الجذو غير الحقيقية، وبعد ذلك قابل العالم جيرارد عام (1629م) والذي أعطاه الجذور السالبة وقال له: بأن الجذور السالبة تعتبر عكس الجذور الموجبة، ثم ذهب بعد ذلكَ وقابل العالم الفرنسي فيتي (1540–1603م) الذي يعد أول من اكتشف القانون العام المعروف بصورته هذه الأيام، ولكنه عندما قابل القانون العام حاول حل مشكلته في التعامل مع الكلمات، لذلك استخدم رموز الحروف بدلاً من الكلمات، فقد استخدم الحروف (A, E, I, O, U, Y) للدلالة على الكميات المجهولة، والحروف (B, C, D ,…) للدلالة على الكميات المعروفة فمثلا الـــ A عند فيتي تساوي القيمة المجهولة لدينا وهي س، وبعد أن أعطى فيتي القانون العام هذه الرموز ذهب وقابل عالماً فرنسياً آخر وهو ديكارت عام (1637م)، وعندما نشر

كتابه La Géométrie الذي قدم فيه القانون العام بالصورة التي نتعامل معها نحن اليوم، كما أن ديكارت هو أول من أدخل الرمز x (س) للدلالة على الكمية المجهولة.

وبعد ذلك قابل القانون العام عالماً آخر وهو هنري هيتون الذي اقترح على القانون العام أن يقوم بإظهاره في الرياضيات الحديثة في ورقة قام بنشرها عام 1896م، والذي يعد الظهور الأول للقانون العام في الرياضيات الحديثة.

وبعد أن انتهى القانون العام من رحلته والمحطات التي توقف بها، قرر أن يأتي إلينا بشكله الجديد الذي سوف نتعامل معه، وهو :

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{2} - 4\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{2\,\text{أ}}$$

وهذا القانون العام لحل المعادلة التربيعية على الصورة أس^{2} + ب س + جـ =0

المعادلة يكون لها جذور حقيقية اذا كان ب^{2} – 4أجـ $\geq$ صفر

المعادلة ليس لها جذور حقيقية اذا كان ب^{2} – 4أجـ $<$ صفر

يسمى المقدار: ب^{2} – 4أجـ مميز العبارة التربيعية

مثال(1) :

استخدم القانون العام لحل المعادلة التربيعية الآتية:

$س^2 - 4س - 2 = 0$

أولا : نحدد قيمة كلّ من أ، ب، جـ

أ = 1، ب = −4، جـ = −2

ثانيا: نطبق القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4\,أ\,جـ}}{2\,أ}$$

$$= \frac{--4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times -2}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$س = \frac{4 + 4.9}{2} \quad \text{أو} \quad س = \frac{4 - 4.9}{2}$$

س = 4.45 ، س = −0.45

الاسئلة:

حل المعادلات الآتية باستخدام القانون العام:

1) $ص = 2 + \frac{7}{ص - 3}$ ، $ص \neq 3$

2) $س^2 = س + 3$

نشاط:

عزيزي الطالب، يهدف هذا النشاط إلى تطبيق طريقة الهنود في حل المعادلات:

مما سبق تعرفنا إلى الطريقة التي استخدمها الهنود في حل المعادلات التربيعية، وكيف توصلوا إلى القانون العام وهذه الطريقة تتلخص بما يلي:

المعادلة أ س^2 + ب س = جـ نكتبها على الصورة المعادلة على الصورة: أ س^2 + ب س=−جـ

ثم نضرب المعادلة بـ 4 أ (اربعة أضعاف معامل س^2) لتصبح المعادلة كما يلي:

4 أ^2 س^2 + 4 أ ب س =−4أجـ ثم نضيف ب^2 (مربع معامل س) لتصبح المعادلة كما يلي:

4 أ^2 س^2 + 4 أ ب س + ب^2 =−4أجـ + ب^2 الطرف الأيمن يساوي مربعاً كاملاً =(2أس+ب)^2

(2أس + ب)^2 = −4أجـ + ب^2 ثم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

2أس + ب = ± $\sqrt{\text{− 4أجـ + ب}^2}$

2أس = ± $\sqrt{\text{−4أ جـ + ب}^2}$ − ب

$$\text{س} = \frac{\text{− ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 \text{− 4 أ جـ}}}{\text{2 أ}}$$

والآن عزيزي الطالب، حاول أن تقوم بحل المعادلة التالية باستخدام طريقة الهنود:

س^2 + 7 س + 3 = 0

الدرس الثالث

العلاقة بين جذري المعادلة التربيعية

عزيزي الطالب في نهاية هذا الدرس نتوقع منك تحقيق الأهداف الآتية:

1. أن تعرف مفهوم جذور المعادلة بعد دراستك له وبشكل صحيح.
2. أن تستخرج حاصل جمع وضرب الجذرين من المعادلة التربيعية، إذا ما طلب منك ذلك وبدقة تامة.
3. أن تكوّن معادلة تربيعية إذا علمت جذرييها بعد اطلاعك على العلاقة بينهم وبالشكل الصحيح.

عزيزي الطالب هيا بنا نقرأ القصة التالية:

في أواخر القرن السادس عشر، كان هناك عالم رياضيات فرنسي اسمه فرانسوا فيتي الذي اشتهر في ذلك الوقت بحله للمعادلة التربيعية ولكن في أثناء حله للمعادلة التربيعية ووصوله للقانون العام لاحظ شيئاً غريباً يتكرر معه في أي معادلة يحلها.

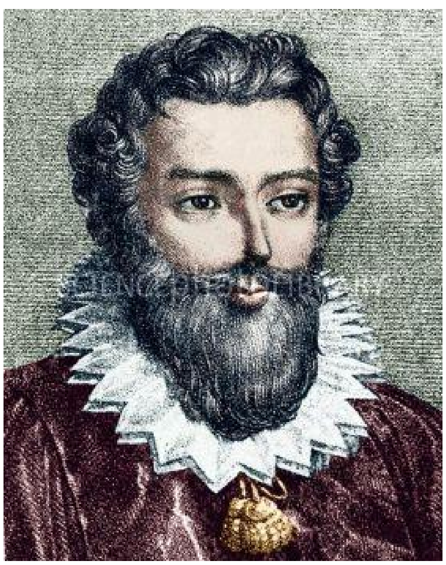
فعند حله المعادلة التربيعية التي على الصورة س^2 + ب س + جـ =0 ووصوله إلى الحلول(الجذور) لاحظ بأنه إذا جمع هذين الجذرين كانت النتيجة تساوي – ب وهوسالب معامل س ولاحظ أيضا بأنه إذا ضرب هذين الجذرين مع بعضهم بعضا كانت النتيجة تساوي جـ وهو الحد الثابت في المعادلة التربيعية، وبذلك خرج بالقاعدة التالية:

في المعادلة التربيعية س^2 + ب س +جـ = 0
إذا كان جذرا المعادلة س$_1$ ، س$_2$ فإن س$_1$ + س$_2$ = – ب و (س$_1$ × س$_2$) = جـ
وبالتالي يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:
س^2 – (س$_1$ + س$_2$) س + (س$_1$ × س$_2$) = 0
س^2 – (مجموع الجذرين) س + (حاصل ضرب الجذرين) = صفر

وبعد ذلك انتقل فيتي لحل المعادلة التربيعية التي على الصورة أ س^2 + ب س + جـ =0 وعندما توصل لجذري المعادلة، لاحظ بأنه إذا جمع جذري المعادلة فانه يحصل على $-\frac{ب}{أ}$ حيث ب معامل س، كما لاحظ بأنه اذا ضرب هذين الجذرين مع بعضهم بعضا، فإنه يحصل على $\frac{جـ}{أ}$ حيث جـ الحد الثابت من المعادلة التربيعية، وبذلك خرج بالقاعدة التالية:

في المعادلة التربيعية أ س^2 + ب س +جـ = 0
إذا كان جذرا المعادلة س$_1$ ، س$_2$ فإن س$_1$ + س$_2$ = $-\frac{ب}{أ}$ و (س$_1$ × س$_2$) = $\frac{جـ}{أ}$
وبالتالي يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:
س^2 – (س$_1$ + س$_2$) س + (س$_1$ × س$_2$) = 0
س^2 – (مجموع الجذرين) س + (حاصل ضرب الجذرين) = صفر

والآن عزيزي الطالب بعد أن تعرفنا إلى العلاقة التي توصل إليها فيتي، سوف نقوم بتطبيق هذه العلاقة في الأمثلة الآتية:



فرانسو فيتى (1540 – 1603م)

مثال(1) :

لدينا الجذران −2 ، 3 فكيف نقوم بصياغة معادلة تربيعية لهذين الجذرين؟
نطبق القاعدة التي خرج بها فيتي وهي :

إذا كان جذرا المعادلة $س_1$ ، $س_2$ فإن $س_1 + س_2 = -$ ب و $(س_1 \times س_2) =$ جـ
وبالتالي يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$س^2 - (س_1 + س_2)$ س $+ (س_1 \times س_2) = 0$

منها $س_1 = -2$ ، $س_2 = 3$

إذا $س_1 + س_2 = -2 + 3 = 1$

$س_1 \times س_2 = -2 \times 3 = -6$

المعادلة التربيعية:

$س^2 - 1 \times س + -6 = 0$

$س^2 - س - 6 = 0$

مثال(2) :

عزيزي الطالب، لقد واجهتنا مشكلة، ولكننا لا نعلم كيف نقوم بحلها؟ وهي:
لدينا المعادلة 2 $س^2$ +6س = 18 ولها جذران هما م، ن، فما هي المعادلة التربيعية التي يمكن أن نصوغها من الجذرين التاليين : 3م ، 3ن؟.

أولا: لكي نستطيع تطبيق قاعدة فيتي فإنه يجب أن نكتب المعادلة على الصورة:

أ $س^2$+ب س+ جـ =0

2$س^2$ + 6 س − 18 =0

ثانيا: نطبق القاعدة التي خرج بها فيتي وهي إذا كان جذرا المعادلة $س_1$ ، $س_2$ فإن

$س_1 + س_2 = -\frac{ب}{أ}$ و $(س_1 \times س_2) = \frac{جـ}{أ}$ ومنها:

$س_1 = م$، $س_2 = ن$ إذا

$م = -\frac{ب}{أ} = -3$

$ن = \frac{جـ}{أ} = -9$

ثالثا: جذرا المعادلة المطلوبة هما 3م، 3ن

مجموع الجذرين = 3م + 3ن = 3 (م+ن) = 3×−3 = −9

حاصل ضرب الجذرين = 3م × 3ن = 9 م ن = 9 × −9 = −81

رابعا : نطبق القاعدة التي خرج بها فيتي لجذري المعادلة 3م ، 3ن وهي:

يمكن كتابة المعادلة التي جذراها(3م، 3ن) كما يلي:

$س^2$ − (مجموع الجذرين) س + (حاصل ضرب الجذرين) = صفر

$س^2 - -9\,س + -81 = 0$

$س^2 + 9س - 81 = 0$

الاسئلة:

1) عندما علم أحد الأساتذه بأنك درست العلاقة التي أوجدها فيتي بين جذري المعادلة، قرر أن يختبر مدى فهمك لهذه العلاقة ،فأعطاك هذه المعادلة: $س^2 + س - 3 = 0$ والتي جذراها هما م،ن وطلب منك أن تكون المعادلة التي جذراها :

أ- (5م،5ن) ب- $(\frac{1}{م} ، \frac{1}{ن})$ جـ - $(م^2 ، ن^2)$

فكيف تثبت للأستاذ مدى فهمك لهذه العلاقة؟

2) لديك المعادلة التالية : $أ\,س^2 - 2\,س = 19$ وكان مجموع جذري هذه المعادلة هو 4 فأوجد قيمة أ؟

نشاط:

يهدف هذا النشاط التعرف إلى اللغة التي كان يستخدمها فيتي في حل المعادلات، وعلى السيرة الذاتية للعالم فيتي.

في هذا الدرس تحدثنا عن العالم الفرنسي فيتي، الذي يعد أول من أدخل رموز الحروف على الرياضيات، ولكي نتعرف إليه جيداً، عليك أن تعد بحثاً عنه لنتعرف إلى حياته وسيرته الذاتية، فقد كان يستخدم الإشارة (+) للدلالة على الجمع والإشارة (−) للدلالة على الطرح ولكن عملية الضرب لم يستخدم لها إشارة وإنما كان يعبر عنها بكلمة (في)، وكذلك التربيع لم يستخدم رمزاً له، وإنما يعبر عنه بكلمة تربيع.

عزيزي الطالب تخيل أنك العالم فيتي وواجهتك المعادلة التالية:

3س^{2} +10س = 8

فكيف تقوم بكتابة هذه المعادلة، مستخدما لغتك الخاصة بك، على اعتبار أنك العالم فيتي، وما هو مجموع جذري هذه المعادلة، وما هو حاصل ضرب جذري هذه المعادلة؟

الدرس الرابع

تمثيل الاقترانات التربيعية

عزيزي الطالب، في نهاية هذا الدرس نتوقع منك أن تحقق الأهداف الآتية:

1. أن تعرف الاقتران التربيعي بعد إطلاعك على تعريفه وبدقة تامة.
2. أن تعرف مفهوم الانسحاب في المستوى الديكارتي بعد دراستك له وبشكل صحيح.
3. أن تحكم على تمثيل اقتران تربيعي في المستوى الديكارتي من خلال الانسحابات.
4. أن تستطيع رسم الاقتران التربيعي الذي مجاله ح كما هو وارد في الدرس وبالشكل الصحيح.
5. أن تستخدم التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية بعد اطلاعك عليها وبالشكل الصحيح.

في هذا الدرس سوف نتعرف إلى عنصر آخر مهم في عالم الجبر، وهو الاقتران التربيعي ولكن ما هو الاقتران التربيعي ؟.

الاقتران التربيعي هو كل اقتران ق(س) يمكن كتابته على الصورة:
ق(س) = أ س^2 + ب س +جـ حيث أ، ب، ج تنتمي لـ ح ، أ $\neq$ صفر

أولا: لكي نتعرف إلى هذا العنصر علينا أن نتعرف على الاقتران بحد ذاته، وكلمة الاقتران لم تكن معروفة من قبل، إلى أن جاء عالم ألماني اسمه ليبنز في عام 1693م، وقام بتقديم مفهوم الاقتران، حيث عرفه: بأنه جزء من المنحنى والذي يمسه خطوط مستقيمة، ويتم رسمها من خلال نقطة ثابتة ونقطة تقع على المنحنى، وأن مفهوم الاقتران تم تطويره من خلال الهندسة.

وليبنز قدم مفهوم الاقتران، ولكنه لم يقدم رمز الاقتران (ق(س))، إلى أن جاء عالم رياضيات آخر وهو يولر عام (1707– 1783م)، ووضع للاقتران الرمز (ق(س) =f(x)) حيث وضع رمزاً للاقتران بدلالة س .

مثال(1) :

ملاحظة:
اذا كان
ق(س) = أس^2 + ب س + جـ
فإن
ق(أ) = أ(أ)^2 + ب × أ + جـ

لنأخذ الاقترانالآتي:

ق(س) = 3س^2 –8 س – 5 ، ونحاول أن نجد : ق(0)، ق(–1)، ق(1)،ق(–4)، ق(2)، ق(3)

إذا :

ق(0) = 3(0)^2 – 8 × 0 – 5 = –5

ق(–1) = 3(–1)^2 – 8×(–1) – 5 = 3 –(–8) –5 = 0

ق(1) = 3 (1)^2 – 8× 1 – 5 = 3 – 8 –5 = 10

ق(–4) = 3 (–4)^2 – 8×(–4) –5 = 48 + 32 – 5 = 75

ق(2) = 3 (2)^2 – 8 ×2 – 5 = 12 – 16 – 5 = –9

ق (3) = 3 (3)^2 – 8 × 3 – 5 = 27 – 24 – 5 =–2

سؤال (1)

عزيزي الطالب، إذا واجهتك مشكلة ما مثل اعطائك اقتران ما ولكن لم يحدد لك مجال أو مدى الاقتران، فأنصحك بأن تأخذ المجال جميع الأعداد الحقيقية ح، أما مدى الاقتران فهو جميع القيم الممكنة

ايها الطالب، لديك الآن الاقتران الآتي:

ق(س) = 9 – 5 س^2 حاول أن تجد مايلي: ق(0)، ق(1)، ق(–2)، ق(أ+1)

التمثيل البياني للاقتران التربيعي:

قبل أن نبدأ بالحديث عن التمثيل البياني للاقتران التربيعي، عليك أن تعرف أن أي تمثيل لأي اقتران تربيعي، هو قطع مكافئ، لذلك سوف نذهب الآن في رحلة لنكتشف مراحل ظهور القطع المكافئ، وهو رسمة الاقتران التربيعي.

إن القطع المكافئ ينتمي إلى عائلة مشهورة من المنحنيات، تعرف بالقطوع المخروطية، وتم اكتشاف هذه العائلة منذ حوالي 350 قبل الميلاد من قبل عالم إغريقي اسمه منانخيموس، حيث كان هذا العالم منشغلاً في حل مسألة خاصة بالمكعب، وفي أثناء حلها وجد العائلة المشهورة للقطوع المخروطية التي كان أحد أفرادها هو القطع المكافئ، فعندما قابل هذه العائلة أعطاها هذا الاسم (القطوع المخروطية)، وأثناء انشغال منانخيموس في حل مسألته، جاء إليه الملك المعروف باسم الكسندر العظيم الذي كان أحد تلاميذ،ه وطلب منه محاولة تبسيط الهندسة حتى يستطيع أن يفهمها فكان جواب منانخيموس: "أيها الملك في الدولة شوارع خاصة لكم، ولكن في الهندسة يوجد طريق واحد للجميع"

قام العالم منانخيموس وعلماء آخرون مثل: إقليدس، وأرخميدس، وأبولونيوس، بدراسة خصائص القطع المكافئ، قد استطاع هؤلاء العلماء استعمال فكرة الإحداثيات في دراستهم للقطوع المخروطية .

ولكن العلماء السابقين لم يتعاملوا مع معادلة القطع المكافئ (رسمة الاقتران التربيعي)، إلى أن جاء العالمان الفرنسيان المشهوران، وهما رينية ديكارت (1596– 1650م) وفيرمات(1608 – 1661م)، حيث وضع هذان العالمان القاعدة التي تنص: أنه لكل منحنى في المستوى توجد معادلة تمثله، وأن كل معادلة يمكن تمثيلها بمنحنى محدد.

وكانت فكرة ديكارت في استخدام نظام الإحداثيات الديكارتية، ولذلك سميت بهذا الاسم نسبة إلى العالم ديكارت

رينيه ديكارت (1596 – 1650 م)

والآن بعد أن تعرفنا إلى من أوجد القطع المكافئ (رسمة الاقتران التربيعي)، لنحاول أن نرسم الاقتران التربيعي التالي:

النقطة (س، ص) تحقق الاقتران اذا كان : ق(س) = ص

ق(س) = س^2

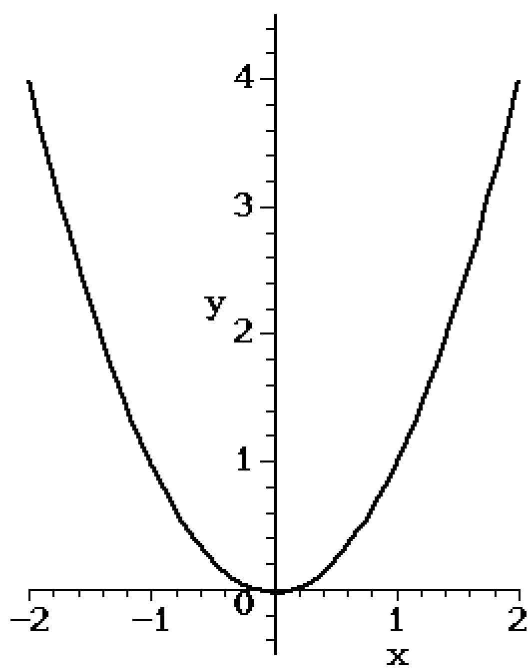
لكي نستطيع تمثيل هذا الاقتران في المستوى الديكارتي علينا أن نأخذ أزواجاً من النقاط تحقق الاقتران، ثم نقوم بتمثيل هذه الازواج في المستوى الديكارتي، ثم نصل بين هذه النقاط والشكل الناتج يمثل منحنى ق(س)

والآن لنأخذ النقاط التالية:

س = 0، 1، 2، 3، −1، −2، −3 ثم نوجد ق(س) للنقاط السابقة ونكون الجدول التالي :

س	0	1	2	3	1−	2−	3−
ق(س)	0	1	4	9	1	4	9

وإذا أخذنا هذه النقاط وقمنا بتمثيلها في المستوى الديكارتي فإننا نحصل على الشكل الآتي:



من الشكل السابق نستطيع أن نلاحظ الخصائص الآتية:

1. أصغر قيمة يأخذها الاقتران هي صفر وتحدث عند النقطة (0،0).
2. الاقتران متماثل حول محور الصادات.
3. مدى الاقتران {ص: ص $\leq$ صفر}.
4. النقطة (0،0) تسمى الرأس (رأس القطع المكافئ).

ان الخصائص السابقة هي نفس الخصائص التي توصل اليها منانخيموس وعلماء آخرون، مثل: إقليدس، وأرخميدس، وأبولونيوس.

سؤال(2)

والآن عزيزي الطالب، بعد ما تعرفنا إلى رسمة الاقتران التربيعي حاول أن ترسم الاقترانات الآتية:

1) ق(س) = س^2 + 2
2) ق(س) = س^2 − 1

بعد أن تقوم برسم هذه الاقترانات سوف تلاحظ :

- أن هذه الاقترانات متماثلة حول محور الصادات.
- عندما أ > صفر فأن المنحنى مقعر للأعلى (مفتوح للأعلى) وعندما أ < صفر فإن المنحنى مقعر للأسفل (مفتوح للأسفل) .
- ومنها نستنتج القاعدة الآتية:

الاقتران ق(س) = س^2 + ن هو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 بمقدار ن وحدة باتجاه محور الصادات الموجب إذا كانت ن موجبة والسالب إذا كانت ن سالبة

وذكر العالم جيرارد سنة 1629 أن السالب في الهندسة يعني تراجعاً، أما الموجب فيعتبر تقدماً، فلو لاحظنا مما سبق أنه إذا كانت ن موجبة فإننا نتقدم للأعلى بمقدار ن، أما إذا كانت ن سالبة فإننا نتراجع للأسفل بمقدار ن .

سؤال(3)

ارسم الاقترانات التربيعية الآتية:

1) ق(س) = (س+2)^2

2) ق(س) = (س −1)^2

من رسمة الاقترانات السابقة نستنتج القاعدة:

الاقتران ق(س) = (س – م)^2 هو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 بمقدار م باتجاه محور السينات الموجب إذا كانت م موجبة والسالب إذا كانت م سالبة

من خلال القاعدتين السابقتين حاول أن تضع قاعدة لرسم الاقتران : ق(س) = (س− م)^2 + ن

ثم مثل الاقترناناتالآتية:

1) ق(س) = (س − 1)^2 +2

2) ق(س) = (س+ 5)^2 −3

3) ق(س) = (س − 2)^2 − 3

مثال(3) :

عزيزي الطالب اقرأ القاعدة التالية جيداً، ثم ارسم الاقترانات التالية:

الاقتران ق(س) = أ س^2 هو تمدد للاقتران ق(س) = س^2 باتجاه محور الصادات الموجب إذا كانت أ عدداً صحيحاً وباتجاه محور السينات إذا كانت أ عدداً كسرياً

ق(س) = 2 س^2 ، ق(س) = −$\frac{1}{3}$ س^2

أسئلة

1. لدينا الاقتران التالي وهو ق(س) = $1-$ س $-$ س^2 وطلب منا ان نجد مايلي: ق(0)، ق(1)، ق(2)، ق(-2)، ق(-1)، ق(أ)، ق(أ -2) فكيف نقوم بذلك؟

2. لنرسم منحنى تقريبي لاقتران ص = 4 $-$ س^2 ونحاول ايجاد: إحداثيات الرأس، ومعادلة محور التماثل، وأصفار الاقتران.

أصفار الاقتران التربيعي أو جذور (حلول) المعادلة التربيعية هي نقاط تقاطع القطع المكافئ مع محور السينات (ص = صفر)

استخدام التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية:

ما بين القرن (17 –18) جاء عالم فرنسي اسمه ديكارت، وطور فكرة الاقترانات في الاحداثيات الديكارتية، وأعلن أنه لكل منحنى في نظام الإحداثيات الديكارتية له معادلة متكافئة، التي يمكن تمثيلها بنقاط على المنحنى أو بالعكس، كل معادلة تحتوي س وص يمكن تمثيلها بالمنحنى من خلال إحداثيات ديكارتية.

ومن هنا جاءت فكرة تمثيل الاقترانات، فديكارت أظهر كيف نمثل منحنى وُصِفَ لفظياً باستخدام الأرقام.

وفي نفس الوقت الذي كان ديكارت يعمل به، جاء عالم فرنسي آخر، وهو فيرمات، ووضع المبدأ الأساسي: في أثناء حل مسألة ما إذا حصلنا في النهاية على معادلة جبرية بمجهولين س و ص، فإن الرسم الهندسي للنقاط التي تحقق المعادلة هو خط مستقيم أو خط منحنى. ولكننا لكي نحصل على المنحنى فاننا بحاجة الى أخذ ما لا نهاية من قيم س حتى نحصل على ما لانهاية من قيم ص، أي نأخذ قيماً سالبة وموجبة، ولكن فيرمات كان يرفض القيم السالبة، مما أدى به إلى رسم جزء من المنحنى، وليس المنحنى بأكمله.

إلى أن جاء العالم جون واليس عام 1655م، الذي أعطى للقطع المكافئ التعريف: بأنه منحنى له معادلة من الدرجة الثانية (تربيعية) في المتغيرين س و ص، وهو أول من استعمل القيم السالبة للإحداثيات السينية والصادية .

ثم جاء العالم نيوتن في كتاب له كتبه عام 1671م، ولكنه نشر عام 1736م ذكر فيه استعمالات كثيرة للهندسة الإحداثية، مثل رسم المنحنى من خلال معرفة معادلته الجبرية، فقد استعمل نيوتن محورين متعامدين وإحداثيات سالبة ورسم المنحنى في الأرباع كلها.

بعدما قمنا بجولة تاريخية حول استخدام التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية علينا الآن أن نحاول استخدام التمثيل البياني للاقتران التربيعي في حل المعادلة التربيعية.

مثال(1) :

لنأخذ الاقتران الآتي، ونرسم منحنى تقريبياً له: ق(س) = س^2 − 4 س + 1 ثم نستخدم الرسم في حل المعادلة: س^2 − 4 س +1 =0

الحل:

نحاول أن نكتب س^2 − 4 س + 1 على الصورة (س − م)^2 + ن

باستخدام طريقة إكمال المربع نحصل على:

س^2 − 4 س + 1 = (س − 2)^2 + −3

فعندما نقوم برسم هذا المنحنى وهو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 باتجاه محور السينات الموجب بمقدار 2 ثم انسحاب باتجاه محور الصادات السالب بمقدار 3، ومنه الرأس = (2، −3)، وأن حل المعادلة س^2 − 4 س + 1، هو الإحداثي السيني لنقطة تقاطع الاقتران س^2 − 4 س + 1 مع محور السينات، س = 0.3 س = 3.7

أسئلة

1. لديك الاقترانات التالية: س^2 – 6س +4، 3 س^2 – 18 س + ، 14وطلب منك أن تكتب الاقتران الاول على الصورة (س – م)^2+ن، والاقتران الثاني على الصورة 3(س–م)^2+ن فماذا سوف تكون قيمة م ، ن في الاقترانات السابقة؟

2. استطاع العالم منانخيموس حل مسألته الخاصة به، من خلال تقاطع منحنيي قطعين مكافئين (القطع المكافئ هو رسمة الاقتران التربيعي)، فتخيل نفسك مكان هذا العالم فكيف تقوم بحل مايلي:
   ارسم الاقترانين ص = 9 – س^2، ص = س^2 – 9 على نفس المستوى الديكارتي وجد من الرسم الإحداثي السيني لنقاط التقاطع للاقترانين، وما هي المعادلة التي حلها هذه الاحداثيات؟

الوسائل التعليمية:

عزيزي الطالب، إن موضوع استخدام التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية يتبع الى عائلة كبيرة تسمى الهندسة التحليلية، والتي تقوم على الفكرة الأساسية وهي العلاقة المتبادلة بين المنحنى في المستوى والمعادلة الجبرية، والذي أوجد هذه العائلة العالمان الفرنسيان المشهوران، وهما ديكارت وفيرمات، لذلك سوف نذهب في رحلة الى فرنسا لنستفسر عن هذه العائلة من هذين العالمين، فعندما وصلنا إلى فرنسا وجدنا العالم ديكارت وفيرمات جالسين مع بعضهم بعضاً فوجهنا لهما السؤال التالي:

ماهي العلاقة بين المنحنى في المستوى والمعادلة الجبرية؟

فيرمات

فأجاب فيرمات بما يلي:

أنا نشرت في كتاباتي هذه العلاقة، وقد استخدمت رموزاً خاصة بي، وتسمى الآن رموز فيرمات، واهتممت بدراسة المنحنى من خلال معرفة المعادلة الجبرية، وأنا اعتقد بأننا إذا بدأنا بالمعادلة الجبرية، فإننا نستطيع التعرف إلى المنحنى الذي يمثلها في المستوى، الذي تقع عليه النقاط التي تحقق المعادلة التربيعية .

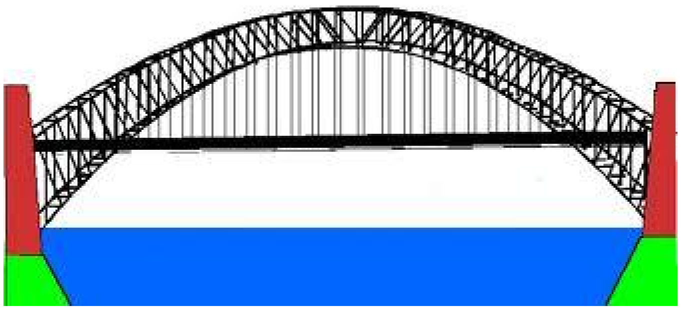
ديكارت

وعندما وجهنا نفس السؤال الى ديكارت أجاب بما يلي:

أنا رأيي عكس فيرمات، فقد نشرت في كتاباتي هذه العلاقة، وقد استخدمت الرموز التي اعتقد بأنكم الآن تستخدمونها، حيث رمزت للكمية المجهولة بـــ (x = س) واهتممت بدراسة الطرق الهندسية لتمثيل جذور المعادلات الجبرية، وحاولت أن أكمل مسيرة العالم الذي أثر فيّ وفي أعمالي، وهو العالم فيتي، فأنا أعتقد بأنه يجب أن نبدأ بالمنحنى، ومنه نستطيع أن نشتق المعادلة.

نشاط:

يهدف هذا النشاط التعرف إلى تطبيقات المعادلة التربيعية وتمثيلها البياني؟
مما سبق تعرفنا إلى العلاقة بين المنحنى في المستوى والمعادلة الجبرية، ورأي كل من ديكارت وفيرمات في هذه العلاقة، فالمطلوب منك في هذا النشاط ما يلي:



عزيزي الطالب، طلب منا أن نحسب المسافة بين طرفي الجسر في هذه الصورة، وقالوا لنا بأن شكل هذا الجسر يمثل منحنى للاقتران التالي:

ق(س)= − س^2 − 14 س − 24

ولكننا نواجه مشكلة، بأننا لا نعلم ما هي العلاقة بين النقطتين بداية الجسر ونهايته وجذور الاقتران التربيعي، فهل لك أيها الطالب، أن تساعدنا؟

الدرس الخامس

المميز وجذور المعادلة

عزيزي الطالب، نتوقع منك في نهاية هذا الدرس أن تحقق الأهداف الآتية:

1. أن تلخص الحالات الثلاث للمميز بلغتك الخاصة بعد اطلاعك على هذه الحالات الواردة في الدرس.
2. أن تحدد طبيعة جذور المعادلة التربيعية من دون إيجاد الجذور، إذا ما طلب منك ذلك وبالشكل الصحيح.
3. أن تصوغ العلاقة بين جذور المعادلة والتمثيل البياني لها في المستوى الديكارتي إذا ما طلب منك ذلك وبدقة تامة.

في درس سابق ذهبنا مع القانون في الرحلة التي قام بها، ليصل الينا بالصورة التي هو عليها الآن:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4\,أ\,جـ}}{2\,أ}$$

وكانت محطة من المحطات التي توقف بها في بلاد فارس، حيث قابل العالم المسلم الخوارزمي (780 – 850)، وفي أثناء قيام الخوارزمي في حل المعادلات التربيعية، توصل إلى معرفة أثر المميز ($ب^2 - 4$ أ جـ) على حلول المعادلة التربيعية، ووضع شرطاً أن يكون المميز أكبر من الصفر حتى نحصل على جذور حقيقية أي ($ب^2 - 4$ أ جـ > صفر)، فقد كان يستخدم لغته الخاصة في وصف أثر المميز على حلول المعادلة التربيعية إذ نجده يقول في كتابه (الحساب في الجبر والمقابلة):

"أعلم أنك إذا نصفت الأجذار وضربتها في مثلها فكان مبلغ ذلك:

أ- أقل من الدراهم التي مع المال فالمسألة مستحيلة.

ب-وإن كان مثل الدراهم بعينها، فجذر المال مثل نصف الأجذار سواء لا زيادة ولا نقصان"

الجذر: وهو ما يشار إليه بالرمز س .
المال: وهو ما يشار إليه بالرمز س^2

لنحاول أن نترجم لغة الخوارزمي الى لغتنا، لكي نتوصل للأثر المميز على حلول المعادلة: س^2 + ب س = جـ

الأجذار = معامل س = ب

نصفت الأجذار = $\frac{\text{ب}}{2}$، وضربتها في مثلها = $\frac{\text{ب}}{2} \times \frac{\text{ب}}{2} = \left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^2$

المال = س^2 ، جذر المال = س

لا زيادة ولا نقصان تعني المساواة

وبالتالي فإن ترجمت ما كتبه الخوارزمي بلغتنا:

اعلم أنك إذا نصفت الأجذار وضربتها في مثلها فكان مبلغ ذلك:

أقل من الدراهم التي مع المال، فالمسألة مستحيلة أي:

$\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^2 <$ جـ فإن الحل مستحيل

وإن كان مثل الدراهم بعينها فجذر المال مثل نصف الأجذار سواء، لا زيادة ولا نقصان أي:

إذا كان $\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^2$ = جـ فإن س = $\frac{\text{ب}}{2}$

ولكن في أعمال الخوارزمي كانت هناك مشكلة، وهي أنه لا يعترف بالجذور السالبة كما كان يأخذ المعادلة التربيعية التي معامل س^2 = 1 أي أ =1 .

ولم يتم الاعتراف بالجذور السالبة إلا في القرن السادس عشر، حيث أصبحت الجذور السالبة مقبولة مع نهاية هذا القرن، حيث ذكر جيرارد في سنة 1629م: أن الجذور السالبة تعتبر عكس الجذور الموجبة.

والآن لنحاول تحديد حالات المميز كما وصفها الخوارزمي، ولكن للمعادلة:

أس^2 + ب س+جـ =0

1. إذا كان $\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^2$ < أ جـ ومنها ب^2 < 4أ جـ ومنها ب^2 − 4 أجـ < صفر، فلا يوجد جذور حقيقية للمعادلة
2. إذا كان $\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^2$ =أ جـ ومنها ب^2 = 4أجـ ومنها ب^2 = 4أجـ ومنها ب^2− 4أجـ = 0 فإنه يوجد جذران حقيقيان للمعادلة متساويان ويساوي كل منهما – ب / 2أ .
3. إذا كان $\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^2$ > أ جـ ومنها ب^2 > 4أجـ ومنها ب^2 – 4أجـ > صفر فإنه يوجد للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

ومما سبق فالمعادلة التربيعية أس^2+ب س +جـ = 0، يمكن أن نحدد للمميز (ب^2 – 4 أ جـ) ثلاث حالات:

الحالة الأولى:

إذا كانت ب^2 – 4 أ جـ > صفر فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقين مختلفين، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة، فإنه سوف يقطع محور السينات في نقطتين مختلفتين.

الحالة الثانية:

إذا كانت ب^2 – 4 أ جـ = صفراً، فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقين متساويين، ويساوي كل منهما $\left(-\frac{\text{ب}}{2\text{أ}}\right)$، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة، فإنه سوف يقطع محور السينات في نقطة واحدة (محور السينات مماس للقطع المكافئ).

الحالة الثالثة:

إذا كانت ب^2 – 4 أ جـ < صفراً، فإنه لا يوجد جذور حقيقية للمعادلة، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة فإنه لا يقطع محور السينات.

مثال(1) :

لديك المعادلة التالية 2س^{2} – م س+ 8 = 0 ما هي قيمة م والتي تجعل للمعادلة جذرا واحدا؟.

الحل:

بما أننا نريد قيمة م التي تجعل للمعادلة جذرا واحدا (جذرين متساويين)، فهذا يعني أننا نتعامل مع الحالة الثانية عندما يكون ب^{2} – 4 أ جـ = صفراً، لذلك نحدد قيم كل من أ، ب، جـ

أ = 2 ، ب = م ، جـ = 8

نجد المميز ونساويه بالصفر

ب^{2} – 4 أ جـ = صفر

م^{2} – 4×2×8 = 0

م^{2} – 64 = 0

(م – 8)(م + 8) = 0

م = ± 8

مثال(2) :

لدينا المقدار س^{2} – 2س + 5، عند تعويض أي عدد في قيمة س كان الناتج موجباً، فهل هو موجب دائماً، ولماذا؟.

الحل:

نحدد قيمة كل من أ، ب، جـ حيث أ =1، ب = –2، جـ =5

نجد المميز ب^{2} – 4 أ جـ = (–2)^{2} – 4× 1×5 = 4 – 20 = –16

نحدد حالة المميز بما ان ب^{2} – 4 أ جـ < صفر فهذه الحالة الثالثة، أي أن المعادلة س^{2} – 2س + 5 لا يوجد لها جذور أي لا تقطع محور السينات.

س^2 – 2س + 5 إما موجب دائما أو سالب دائماً.

ولكي نحدد هل هو موجب أو سالب نعوض قيمة س، أي عدد مثل الصفر ((صفر)^2 – 2× صفر +5) نحصل على 5 موجب

إذا المقدار س^2 – 2س + 5 موجب دائما مهما كانت قيمة س

أسئلة

1. عندما رسمنا المنحنى التقريبي للاقتران ق(س) = س^2 – 6س +9، وجدنا أنه يمس محور السينات، لماذا؟
2. لديك الاقتران التالي : ق(س) = 3 – م س + س^2 ، فما هي قيمة م التي تجعل هذا الاقتران يمس محور السينات؟
3. لديك اقتران تربيعي مقطعه من محور السينات هو –2 ومقطعه من محور الصادات هو –3، فما هي قاعدة هذا الاقتران؟
4. قمت برسم اقتران تربيعي فوجدته يقطع محور السينات في س= –1 و س= 5 ويمر بالنقطة (1،1) فما هو هذا الاقتران؟

نشاط:

عزيزي الطالب، يهدف هذا النشاط التعرف إلى سبب تسمية المميز بهذا الاسم؟

مما سبق تعرفنا على المميز، وعلى طريقة الخوارزمي في وصف أثر المميز على حلول المعادلة التربيعية ولكن لماذا سمي المميز بهذا الاسم؟
فالمطلوب منك في هذا النشاط البحث عن سبب تسمية المميز بهذا الاسم.

الدرس السادس

أسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية

عزيزي الطالب، يتوقع منك في نهاية هذا الدرس أن تحقق الأهداف الآتية:

1. أن تترجم مسألة كلامية إلى رموز ومعادلات بدقة تامة.
2. أن تطبق حل المعادلة التربيعية في حل مسائل حياتية وبالشكل الصحيح.
3. أن تحكم على صحة مسألة حياتية مستخدما حل المعادلات التربيعية وبدقة تامة.

في الدروس السابقة تحدثنا عن سبب ظهور المعادلات التربيعية، وأن أول من استخدم هذه المعادلات هم المصريون القدامى (الفراعنه) والبابليون، فقد استخدموها من أجل إيجاد مساحة الأشكال الهندسية وأطوال الأضلاع والأقطار، ومن أجل حل المشكلات العملية التي كانت تواجههم، كما قام البابليون بحل المعادلات الخطية التي تتكون من مجهولين باستخدام عدة طرق، مثل: الحذف، والتعويض، ثم جاء اليونانيون الذين أصبحوا يتعاملون مع المعادلات التربيعية بشكل مجرد، وتم استخدام الهندسة لحلها ، وبعد ذلك جاء العرب والمسلمون، حيث استخدموا المعادلات التربيعية في مسائل الميراث، ومن هنا ظهرت حاجة المسلمين للجبر. وفي القرن السادس عشر كانت جميع النصوص التي وصلت إلى أورورب تحتوى على مشاكل مجردة يتم حلها باستخدام المعادلات التربيعية حيث كان من الصعب جداً الخروج بمشكلة من العالم الحقيقي لحلها بالمعادلة التربيعية، إلى أن قام واحد من الرياضيين وهو الرياضي روبرت ريكاردو بتقديم مشاكل من العالم الحقيقي، والذي بإمكاننا ان نستخدم المعادلات في حلها.

روبرت ريكاردو (1772 – 1823 م)

يمكن **تلخيص** طريقة حل المسائل العملية التي تتضمن تكوين معادلات، ثم حلها بما يلي:

1. قراءة المسألة جيداً والتمييز بين المتغيرات والثوابت .
2. رسم مخطط إذا لزم الأمر.
3. تكوين فرض بالمطلوب في المسألة مثل المتغير س.
4. تكوين مقادير جبرية بدل الجمل اللغوية.
5. حل المعادلة الناتجة، وإيجاد قيمة المجهول.

مثال(1) :

في الألواح التي تم الحصول عليها من الحضارة البابلية حوالي (1790−1600 قبل الميلاد) كانت هناك مسألة قام البابليون بحلها والآن لنأخذ هذه المعادلة ونحاول أن نحلها معا:

لدينا مستطيل مجموع طوله وعرضه يساوي 6.5 سم، وكانت مساحته تساوي 7.5 سم، فما هي أطوال أضلاع هذا المستطيل؟

الحل:

نفرض أن طول المستطيل = س ، وأن عرض المستطيل = ص

مساحته تساوي 7.5 : س × ص = 7.5 ....(1)

مجموع طوله وعرضه يساوي 6.5 : س + ص = 6.5

ومنها ص = 6.5 − س ....(2)

وبالتعويض في (1) بدل ص:

س × (6.5 − س) = 7.5

6.5 س − س^2 = 7.5

س^2 − 6.5 س + 7.5 = 0 بضرب المعادلة بـــ 2 تصبح:

2 س^2 − 13 س + 15 = 0

(2س − 3)(س − 5) = 0

ومنها س = $\frac{3}{2}$ =1.5 أو س = 5

عندما س = 1.5 نعوض بدل س في المعادلة س + ص = 6.5

1.5 + ص = 6.5 ومنها ص = 5

عندما س = 5 نعوض بدل س في المعادلة س + ص = 6.5

5 + ص = 6.5 ومنها ص = 1.5

أي أن أطوال أضلاع المستطيل، هما:

إذا كان طوله 1.5 فإن عرضه يساوي 5

وإذا كان طوله 5 فإن عرضه يساوي 1.5

أسئلة :

1. هناك مزارع لديه قطعة أرض على شكل مستطيل، بحيث يزيد طول هذه الأرض عن عرضها 2كم، وكان طول قطرها 10 كم، وأراد أن يحسب طول قطعة الارض وعرضها، فجاء إلى أحد الأساتذه، فقال له: بأنك قد درست كيف كان البابليون يستخدمون المعادلات التربيعية في إيجاد أطوال أضلاع مساحة أراضيهم، فكيف تساعد المزارع؟
2. مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه هي: س، س –1، س – 8 أوجد أطوال أضلاعه؟

نشاط:

يهدف هذا النشاط التعرف إلى استخدامات المعادلات التربيعية في الحياة اليومية.

مما سبق تعرفنا إلى استخدام المعادلات التربيعية في ايجاد المساحات وأطوال الأضلاع ، عزيزي الطالب، قم بالبحث عن استخدامات أخرى للمعادلات التربيعية.

ملحق (5): دليل المعلم للوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي

دليل المعلم

إشراف الدكتور:
محسن عدس

إعداد الباحثة:
رتيبة يحيى ابورميلة

المقدمة:

إن عملية تدريس الرياضيات تحتاج إلى جهد وإبداع، بحيث تصبح عملية شائقة وممتعة للطلبة، فالمعلم هدفه الاساسي هو جعل الطالب يفهم المفاهيم الرياضية، ويقوم بتطبيقها في مواقف أخرى، فالمفاهيم الرياضية تمثل عنصراً رئيسياً وأساساً لتعليم الجوانب الأخرى من تعميمات وقواعد وقوانين ونظريات، كما أن تعلمها يشكل القاعدة الأساسية لتعلم مستويات المعرفة الأخرى، وعليه فنحن بحاجة إلى منحى تعليمي يحقق فهماً للمفاهيم الرياضية، ويمكن تحقيق هذا باستخدام المنحى التاريخي في تدريس الرياضيات.

فالمنحى التاريخي هو المنحى الذي يتم تقديم المادة التعليمية من خلاله على صورة حالات تاريخية، يتم عرض تطور الأفكار والمفاهيم الرياضية، مع التركيز على المحطات المفصلية التي أدت إلى تطور هذه المفاهيم.

فإن تضمين تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات يساعد على:

1. فهم المفاهيم الرياضية بطريقة ذات معنى.
2. زيادة وتطوير اتجاهات ايجابية لدى الطلاب نحو مادة الرياضيات.
3. مساعدة الطلبة في مواجهة المشكلات المعقدة التي تواجههم بوساطة تحليل تطور الرياضيات.
4. تعزيز تطور مهارات المنطق الرياضي لدى الطلبة، من خلال استخدام المشكلات التاريخية للرياضيات.
5. الكشف عن الجوانب الإنسانية للمعرفة الرياضية.
6. استخدام حياة الرياضيين كمنصة، لتنمية أخلاق وقيم جيدة، مثل: الاجتهاد، والعزم.
7. تتبع تطور المفاهيم الرياضية حتى المرحلة التي وصلت فيها إلينا.

وقد ظهر في الآونة الاخيرة الاهتمام في دمج تاريخ الرياضيات في تدريس الرياضيات، فقد إهتمت العديد من الدراسات العالمية منها (NCTM, ICMI) بتاريخ الرياضيات وأثره على فهم المفاهيم الرياضية لدى الطلبة، انطلاقاً من أهمية استخدام المنحى التاريخي في تدريس

الرياضيات، قد تم تصميم الوحدة السابعة في منهاج الرياضيات للصف التاسع الأساسي، وهي وحدة المعادلات التربيعية في الجزء الثاني وفق المنحى التاريخي، حيث تم في كل درس عرض تطور المفاهيم الواردة فيه، من: معادلات خطية، ومعادلات تربيعية، والعلاقة بين جذري المعادلة التربيعية، وتمثيل الاقترانات التربيعية، والمميز.

بالإضافه إلى صياغة الأمثلة والأسئلة الواردة في الكتاب المقرر داخل الوحدة المصممة باستخدام المنحى التاريخي، كما تم تحديد أنشطة ووسائل تعليمية للدروس الواردة في الوحدة المصممة.

الهدف:

يهدف هذا الدليل إلى إرشاد المعلم في تدريس وحدة المعادلات التربيعية المصممة وفق المنحى التاريخي، حيث يشمل على الأهداف المراد تحقيقها من الوحدة، بالإضافة إلى استراتيجيات التدريس التي تستخدم في تدريس هذه الوحدة، كما يهدف إلى تقديم الإجراءات والخطوات اللازمة لتطبيق هذا المنحى، وإجابات للأنشطة الواردة في الدروس، حيث يتم عرض ذلك من خلال خطط الدروس المعدة لكل درس في الوحدة المصممة.

جدول توزيع الحصص

الدرس	اسم الدرس	عدد الحصص
الدرس الاول	**المعادلات الخطية**	3
الدرس الثاني	**المعادلات التربيعية**	
	التحليل الى العوامل	3
	إكمال المربع	4
	القانون العام	2
الدرس الثالث	**العلاقة بين جذري المعادلة**	4
الدرس الرابع	**تمثيل الاقترانات التربيعية**	
	التمثيل البياني للاقتران التربيعي	3
	استخدام التمثيل البياني في حل المعادلات التربيعية	3
الدرس الخامس	**المميز وجذور المعادلة**	4
الدرس السادس	**أسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية**	4
المجموع		30

خطط الدروس

الدرس الأول: المعادلات الخطية **عدد الحصص: 3**

الأهداف:

1. أن يحل الطالب المعادلة الخطية في مجهول واحد، إذا ما طلب منه ذلك وبشكل صحيح.
2. أن يتتحقق الطالب من حل المعادلة الخطية بتعويض جذرها وبدقة تامة.

استراتيجيات التدريس:

السرد القصصي، المناقشة: من خلال مناقشة الطلبة بأسئلة المناقشة، وإتاحة الفرصة لإشراك أكبر عدد ممكن من الطلبة في النقاش والتعرف إلى رأي الطلبة.

الوسائل التعليمية:

الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، صورة بردية أحمس وريند ومعلومات عنهم.

الإجراءات والأنشطة:

<u>الحصة الأولى:</u>

تمهيد:

أقوم بمراجعة الطلبة بمفهوم المعادلة الخطية من خلال كتابة المعادلة التالية على اللوح:

2س−1 = س+2

العرض:

أسرد التطور التاريخي للمعادلة الخطية الوارد في الوحدة المصممة ابتداءً من المصريين وشرح طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية، لنأخذ المثال التالي لنرى كيف قام المصريون بحل المعادلة الخطية:

ثلث وربع من أموالي يساوي 24 دينار فكم من المال لدي؟

ثم الانتقال إلى البابليين، ثم الإغريق (اليونان)، والحديث عن العالم ديوفانتشي ثم الخوارزمي، وطريقة الخوارزمي في حل المعادلات الخطية، وشرح المثال 2: طريقة حل الخوارزمي للمعادلة التالية: 100− 10س = 70 حيث حلها الخوارزمي كما يلي: تصبح بالجبر 100 = 70 + 10س (نقل كمية من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر مع مراعاة تغيير الإشارة فالإشارة السالبة عند نقلها للطرف الآخر تتغير لتصبح موجبة) وبالمقابلة تصبح 30 = 10س (تبسيط الكميات الناتجة بحذف الكميات المتساوية من طرفي المعادلة)، ومنها 3 = س، ثم الحديث عن العالم جيراردي وطريقة كاردانو في حل المعادلة الخطية وهي الطريقة الحديثة التي نستخدمها، ثم أقوم بتلخيص طريقة الحل، وكتابتها على اللوح وفق الخطوات التالية:

أ س + ب = جـ

أ س = جـ − ب

$\frac{1}{أ}$ × أ س = $\frac{1}{أ}$ × (جـ − ب)

س = $\frac{جـ - ب}{أ}$

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة: لخص التطور التاريخي للمعادلات الخطية؟

أناقش الطلبة حول رأيهم في التطور التاريخي للمعادلة الخطية بطرح السؤال التالي: ما رأيك في التطور التاريخي للمعادلة الخطية، وجهود العلماء في تطور طرق حل المعادلة الخطية

التقويم:

لقياس مدى تحقيق الهدف الأول أعطي الطلبة الأسئلة التالية:

1. تكليف الطلبة أثناء الشرح وبعد الانتهاء من شرح طريقة المصريين بحل السؤال التالي: تعرفنا إلى طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية، وهي طريقة التخمين، حل المعادلة التالية باستخدام هذه الطريقة: 3س − $\frac{1}{4}$ س + $\frac{3}{8}$ س = 10.
2. بعد الانتهاء من شرح طريقة الخوارزمي، أقوم بتكليف الطلبة بحل السؤال التالي: تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة الخوارزمي، حل المعادلة الآتية باستخدام هذه الطريقة :3 س −7 = س +2

3. بعد الانتهاء من شرح طريقة كاردانو، أقوم بتكليف الطلبة بحل السؤال الآتي: تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة كاردانو، وهي الطريقة الحديثة التي نستخدمها في حل المعادلات التالية باستخدام هذه الطريقة : $\frac{س - 2}{4} = \frac{س - 1}{2}$.

لقياس مدى تحقيق الهدف الثاني، أعطي الطلبة السؤال التالي: المعادلة التربيعية التالية:

3س −9= 2س + 30، أي من الارقام التالية تحقق المعادلة: 39، 9، 3؟.

الواجب البيتي:

تكليف الطلبة بحل الأسئلة الواردة في الدرس المصمم، والتعرف إلى طريقة الميزان لعمر الخيام في حل المعادلات التربيعية.

<u>الحصة الثانية والثالثة:</u>

تمهيد:

أقوم بمراجعة الطلبة بالتطور التاريخي للمعادلة الخطية والطرق التاريخية لحل المعادلة الخطية مثل طريقة المصريين والخوارزمي وكاردانو.

العرض:

أقوم بحل الأسئلة التالية مع الطلبة:

<u>السؤال الأول :</u>

مما سبق تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة الخوارزمي، حل المعادلات التالية باستخدام هذه الطريقة : − س = س− 1

<u>السؤال الثاني:</u>

مما سبق تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة كاردانو، وهي الطريقة الحديثة التي نستخدمها حل المعادلات التالية باستخدام هذه الطريقة : $\frac{س - 3}{2} = \frac{1}{3}$س +5

<u>السؤال الثالث:</u>

تعرفنا إلى طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية وهي طريقة التخمين، حل المعادلات التالية باستخدام هذه الطريقة: 0.1 س + 0.7 س = 2

بعد الانتهاء من حل الأسئلة أقرأ مع الطلبة عن بردية أحمس وريند، ثم أقوم بحل النشاط بطريقة عمر بن الخيام في حل المعادلة الخطية.

الغلق: أكلف الطلبة بالتحضير للدرس الثاني، وهو المعادلات التربيعية.

الدرس الثاني: المعادلات التربيعية   عدد الحصص: 9

الأهداف:

1. أن يعرف الطالب المعادلة التربيعية بعد اطلاعه على تعريفها وبدقة تامة.
2. أن يعبرالطالب عن مفهوم المعادلة التربيعية بلغته الخاصة بعد اطلاعه عليه.
3. أن يحل الطالب المعادلة التربيعية في مجهول واحد، باستخدام طرق حل المعادلة التربيعية وبشكل صحيح.
4. أن يقارن الطالب بين المعادلة التربيعية والمعادلة الخطية، إذا ما طلب منه ذلك وبشكل صحيح.
5. أن يقارن الطالب بين المعادلة التربيعية في صيغة المربع الكامل مع غيرها.
6. أن يحلل الطالب العبارة التربيعية بشكل صحيح.
7. أن يتحقق الطالب من حل المعادلة التربيعية بتعويض جذريها بدقة تامة.

استراتيجيات التدريس:

السرد القصصي، المناقشة: من خلال مناقشة الطلبة بأسئلة المناقشة، وإتاحة الفرصة لإشراك أكبر عدد ممكن من الطلبة في النقاش، والتعرف إلى رأي الطلبة.

الوسائل التعليمية:

الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، وصور العلماء، ولغة الخوارزمي.

الإجراءات والأنشطة:

<u>الحصه الأولى: التحليل إلى العوامل</u>

تمهيد:

أقوم بكتابة المعادلة التالية على اللوح:

أس^2 + ب س + جـــ = 0، وتوضيح مفهوم المعادلة التربيعية، والحديث عن المراحل التي مرت بها المعادلة التربيعية، ثم سرد قصة ظهور المعادلة التربيعية، والسبب في ظهورها مع جذب انتباه الطالب من خلال صور العلماء الموجودة في الدرس.

العرض:

أبدأ درس التحليل الى العوامل بتوضيح مفهوم العوامل للطالب، ثم طرح السؤال :
من أوجد طريقة التحليل الى العوامل ؟ الحديث عن توماس هاريوت كما هو وارد في الدرس المصمم مع جذب انتباه الطلاب من خلال صورة توماس هاريوت الموجودة في الدرس، ثم أقوم بشرح كيفية تحليل المعادلة التربيعية التي على الشكل حاصل ضرب عاملين، وشرح مبدأ هاريوت، وهو: أنه اذا كان أب = 0 إما أ=0 أو ب =0 أو كلاهما = 0

شرح المثال 1: حل المعادلة التالية: (س−1)(س+2)=0، شرح المثال 2: حل المعادلة التالية: 5س(2س−3)=0، ثم أقوم بشرح كيفية تحليل المعادلة التربيعية التي ليست مكتوبة كحاصل ضرب عاملين باستخدام التحليل إلى العوامل.

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة وأناقشهم فيه: لم المعادلة التربيعية لها حلان والمعادلة الخطية لها حل واحد؟

الواجب البيتي:

أكلف الطلبة بحل الأسئلة الواردة في الدرس المصمم و إنجاز النشاط عن حياة الخوارزمي مع تحضير قراءة اللغة التي استخدمها الخوارزمي في حل معادلاته.

التقويم:

لقياس مدى تحقيق الهدف الأول أطرح على الطلاب السؤال التالي بعد شرح المعادلة التربيعية: ماذا نعني بالمعادلة التربيعية؟

لقياس مدى تحقيق الهدف الثاني أطرح السؤال التالي: من يعرف لي المعادلة التربيعية بلغته الخاصة؟

لقياس مدى تحقيق الهدف الثالث الذي يتضمن طرق حل المعادلة التربيعية: أكلف الطلبة بحل السؤال التالي بعد شرح طريقة التحليل إلى العوامل: حل المعادلات التالية:(3س−2)(2س+3)=0 س^{2} = س + 2 .

لقياس مدى تحقق الهدف الرابع أطرح السؤال التالي على الطلبة: لدينا المعادلات التالية أي من هذه المعادلات معادلة تربيعية وأيها خطية؟ 2س^{2}+5س−10=0، س^{2}=س،3س−3=س+1، س(8−6س) = 6س +12.

<u>*الحصة الثانية والثالثة:*</u>

تمهيد:

أناقش الطلبة في البحث الذي أجروه عن حياة الخوارزمي، وسؤالهم عن رأيهم في الخوارزمي وإنجازاته، ومناقشة الطلبة بلغة الخوارزمي، حيث صنف الخوارزمي الأعداد التي تلزم في الجبر والمقابلة إلى ثلاثة صنوف:

الجذر: وهو ما ما يشار إليه بالرمز س .

المال: وهو ما يشار إليه بالرمز س^2 .

العدد المفرد: وهو الخالي من الرمز س أو س^2 .

ثم أقوم بحل المسألة التالية، والتي حلها الخوارزمي:عشرة قسمتها قسمين، فضربت أحد القسمين في الآخر، ثم ضربت أحدهما في نفسه، فصار المضروب في نفسه، مثل أحد القسمين في الآخر أربع مرات.

العرض:

أراجع الطلبة بكيفية حل المعادلة التربيعية باستخدام التحليل للعوامل، وأقوم بسؤالهم عمّن أوجد هذه الطريقة، ثم أقوم بحل المعادلات التالية مع الطلبة:

6) س^2 = س + 12.

7) 3س^2 + 10س = 8 .

8) ص^2 −15ص + 56 = 0 .

9) 36س^2 + س = 2 .

10) س^2 = س .

الغلق:

في الدرس القادم سوف نتناول طريقة أخرى من طرق حل المعادلة التربيعية وهي طريقة إكمال المربع.

التقويم:

لقياس مدى تحقق الهدف السادس أطرح السؤال الآتي: لديك العبارة التربيعية التالية:

س^2 – س− 2 حلل العبارة، ثم أوجد قيمة س.

الواجب البيتي:

أكلف الطلبة التحضير للدرس القادم وهو طريقة إكمال المربع.

الحصة الرابعة والخامسة: إكمال المربع

تمهيد:

في هذه الحصة سوف نتعرف إلى طريقة أخرى من طرق حل المعادلة التربيعية، وهي طريقة إكمال المربع، والتي لها تاريخ حافل سوف نتعرف إليه في هذا الدرس.

العرض:

أبدأ بسرد التطور التاريخي، وأن هذه الطريقة تعود إلى البابليين، وأنهم استخدموها في إيجاد المساحات، ثم شرح طريقة البابليين في حل المعادلة التربيعية باستخدام طريقة إكمال المربع هندسيا، ثم أقوم بشرح المثال 2: لنأخذ المثال التالي ونقوم بحله باستخدام طريقة البابليين في الحل باستخدام طريقة إكمال المربع:

لدينا المستطيل الذي أطوال أضلاعه هي (س+6) و س، ومساحته تساوي 3 سم^2 ، لكي نوجد قيمة س، نقسمه من ناحية اليمين (الضلع (س+6)) ليصبح لدينا مستطلان أطوال أضلاعهم 3 وس، ثم نأخذ أحد المستطيلين ونلصقه في أسفل المستطيل

ثم أقوم بشرح طريقة الخوارزمي في حل المعادلة التربيعية باستخدام طريقة إكمال المربع هندسيا من خلال شرح طريقته في حل المعادلة الذهبية، وهي المعادلة: س^2 + 10س = 39، ثم أكلف أحد الطلبة بقراءة المعلومات الواردة في الهوامش.

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة:

ما هو الفرق بين طريقة البابليين وطريقة الخوارزمي في حل المعادلة التربيعية باستخدام إكمال المربع، وما هو رأيهم في إنجازاتهم؟ وأناقشهم في رأيهم.

التقويم:

بعد الانتهاء من شرح طريقة البايليين والخوارزمي، أكلف الطلبة بحل السؤال التالي:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام طريقة البابليين والخوارزمي الهندسية لإكمال المربع:

س^2 + 6س = 16.

الواجب البيتي:

تكليف الطلبة بتحضير الطريقة الجبرية في إكمال المربع.

الحصة السادسة:

تمهيد:

أقوم بمراجعة الطلبة بطريقة البابليين والخوارزمي في حل المعادلة التربيعية باستخدام إكمال المربع هندسيا.

العرض:

أراجع الطلبة باللغة التي كان يستخدمها الخوارزمي في حل المعادلات التربيعية حيث كان يرمز إلى:

الجذر: وهو ما ما يشار إليه بالرمز س .

المال: وهو ما يشار إليه بالرمز س^2

ثم أقوم بشرح الطريقة الجبرية في إكمال المربع والتي استخدمها في حل المعادلة الذهبية س^2 + 10س =39، والتي تتلخص بالخطوات التالية:

1. ننصف الجذور : $\frac{10}{2}$ = 5 .
2. فنضربها في مثلها فتكون = 5×5 = 25
3. فنزيدها على التسعة والثلاثين فتكون 25 + 39 = 64.
4. فنأخذ جذرها فتكون $\sqrt{64}$ = 8
5. فننقص منه الاجذار فيتبقى: 8 – 5 = 3

وهو جذر المال المطلوب أي س = 3

ثم أجذب إنتباه الطلبة إلى أن الخوارزمي لم يستخدم الجذور السالبة، وهذا هو الفرق بين الطريقة التي نستخدمها نحن اليوم لأننا نأخذ الجذور السالبة.

ثم أقوم بتلخيص خطوات طريقة حل المعادلات التربيعية باستخدام حل المعادلات التربيعية بالطريقة الجبرية وكتابتها على اللوح:

يمكن **تلخيص** خطوات حل المعادلات التربيعية(أس^2 + ب س + جـــ =0) حسب الطريقة الجبرية للخوارزمي كما يلي، وهي الطريقة التي نستخدمها في الوقت الحاضر:

1. ابدأ بجعل معامل س^2=1 أي جعل أ =1.
2. ننتقل الثابت (جـــ) إلى الطرف الأيسر مع مراعاة تغيير الإشارة عند نقله إلى الطرف الآخر.

3. نجعل الطرف الأيمن وهو (أس^2 +ب س) مربعاً كاملاً بإضافة $\left(\frac{ب}{2}\right)^2$ (نصف معامل س) إلى طرفي المعادلة.
4. بعد أن أصبح الطرف الأيمن مربعاً كاملاً نأخذ الجذر التربيعي للطرفين.
5. نكتب الحل على الصورة د ± $\sqrt{هـ}$.

ثم أشرح للطلبة المثال 2 الذي يتضمن حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام إكمال المربع: 4

س^2 +2 س − 5 = 0

الغلق:

أطرح سؤال: ما هي المراحل التي مرت بها طريقة إكمال المربع؟ من يلخص لي هذه المراحل بلغته الخاصة؟

ثم أطرح السؤال التالي: الآن أيها الطلبة لماذا سميت طريقة إكمال المربع؟ ليكن هذا السؤال نشاط إليكم للقيام به في الحصة القادمة.

التقويم:

لقياس مدى تحقيق الهدف الثالث الذي يتضمن طرق حل المعادلة التربيعية، أكلف الطلبة بحل السؤال التالي بطريقة إكمال المربع: حل المعادلات التالية: س^2 − 6س +9 =0

لقياس مدى تحقيق الهدف السابع، أعطي الطلبة السؤال التالي: لدينا المعادلة التربيعية التالية: س ^{2} − 2س −15=0، أي من الأعداد التالية هي جذر للمعادلة: 3، 2، −3، 7، 5.

الواجب البيتي:

حل الأسئلة صفحة 32، والقيام بالنشاط الذي كلف للطلبة.

الحصة السابعة:

تمهيد:

في الحصتين السابقتين تعرفنا إلى طريقة من طرق حل المعادلة التربيعية، وهي طريقة إكمال المربع، وتعرفنا إلى طرق تاريخية لإكمال المربع، من يلخص لي هذه الطرق ومن هو العالم الذي طور طريقة إكمال المربع؟ أستمع للطلبة وأناقشهم في رأيهم.

ثم أطرح السؤال التالي:

لماذا سميت هذه الطريقة (طريقة إكمال المربع) بهذا الاسم؟.

العرض:

أراجع الطلبة بطريقة إكمال المربع، ثم أقوم بحل الأسئلة التالية:

حل المعادلات التالية باستخدام طريقة إكمال المربع:

1) س^2 = 10س + 2

2) 2 س^2 −3س =4

3) س^2 − س −13 =0

التقويم:

لقياس مدى تحقق الهدف الخامس، وهو: أن يقارن الطالب بين المعادلة التربيعية في صيغة المربع الكامل مع غيرها، أعطي الطلبة السؤال التالي: أي من هذه المعادلات التربيعية في صيغة مربع كامل: س^2 − 15 س +56 =0، 3س^2 +10س =8، س^2+16س +24=0، س^2 +12س+20؟.

الغلق:

الآن أيها الطلبة، في الحصة القادمة سنتعرف إلى طريقة أخرى لحل المعادلات التربيعية وهي القانون العام، ولكن حتى يصل لنا القانون العام بالصورة التي نستخدمه فيه الآن، سافر في رحلة طويلة على مر العصور لذلك سنتعرف إلى هذه الرحلة بالحصة القادمة.

الواجب البيتي:

في الحصة القادمة على كل طالب منكم قراءة قصة القانون العام وتحضيرها.

الحصة الثامنة: القانون العام

تمهيد:

لقد قام القانون العام برحلة طويلة فيها محطات كثيرة حتى يصل الينا بالشكل الذي هو عليه الآن، واليوم سوف نسافر مع القانون العام في الرحلة التي قام بها ونتعرف إلى المحطات التي توقف فبها وكذلك سوف نتعرف إلى العلماء الذين قابلهم في أثناء رحلته.

العرض:

لسرد قصة القانون العام الواردة في الوحدة المصممة أكلف مجموعة من الطلبة بقراءة قصته، بحيث يقوم كل طالب بقراءة محطة من محطات رحلة القانون العام، وفي أثناء قراءة الطلبة للرحلة أقوم بالتركيز على المحطات التي توقف فيها من البابليون إلى الإغريق ثم الهنود ثم الخوارزمي ثم أوروبا، وكيف كل عالم تعامل مع القانون العام، وقراءة المعلومات الواردة في الهامش، والتركيز بأنه كان يتم رفض الجذور السالبة، وكان معامل $س^2$ (أ=1) وبأنه كان يتم كتابته بالكلمات إلى أن تعامل معه العلماء في أوروبا.

بعد الانتهاء من سرد قصة القانون العام، أكتب القانون العام بشكله النهائي، وهو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4\,أ\,جـ}}{2\,أ}$$

ثم أشرح المثال التالي للطلبة، استخدم القانون العام لحل المعادلة التربيعية التالية:

$$س^2 - 4س - 2 = 0$$

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة:

ما هو رأيكم في إنجازات العلماء لكي يصل إلينا القانون العام بهذا الشكل؟ أستمع للطلاب وأناقشهم في رأيهم.

التقويم:

لقياس مدى تحقيق الهدف الثالث الذي يتضمن طرق حل المعادلة التربيعية، وبعد الانتهاء من سرد قصة القانون العام، أكلف الطلبة بحل المعادلات التربيعية التالية باستخدام القانون العام:

$س^2 = 5س - 6$، $2س^2 - 3س$.

الواجب البيتي:

أكلف الطلبة بحل أسئلة صفحة 38 الواردة في الوحدة المصممة، بالإضافة إلى الاطلاع على طريقة الهنود في حل المعادلة التربيعية باستخدام القانون العام الورادة في النشاط صفحة 39 ومحاولة حل المعادلة الواردة في النشاط باستخدام طريقة الهنود.

<u>الحصة التاسعة:</u>

تمهيد:

في الحصة السابقة ذهبنا في رحلة مع القانون العام، وتعرفنا إلى أهم المحطات التي مر بها ثم أطرح السؤال التالي:

ما هي أهم المحطات التي مر بها القانون العام في أثناء رحلته؟ من يلخص لي هذه المراحل بلغته الخاصة، وما هو رأيكم بهذه الرحلة؟ أستمع للطلبة وأناقشهم في رأيهم.

العرض:

أقوم بحل السؤال التالي مع الطلبة:

حل المعادلات التالية باستخدام القانون العام:

1) $ص = 2 + \frac{7}{ص - 3}$ ، $ص \neq 3$

2) $س^2 = س + 3$

وبعد ذلك أقوم بشرح طريقة الهنود في حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام الواردة صفحة 39.

الغلق:

الآن أيها الطلبة، في الدرس القادم سوف نتحدث عن علاقة مهمة في المعادلة التربيعية، وهي علاقة توصل لها أحد علماء الرياضيات القدامى، وهو العالم فيتي والذي سنتحدث عنه لاحقاً.

الواجب البيتي:

لكي نتعرف إلى العلاقة التي توصل لها العالم فيتي عليكم أيها الطلبة، التحضير للدرس القادم.

الدرس الثالث: العلاقة بين جذري المعادلة عدد الحصص: 4

الأهداف:

1. أن يعرف الطالب مفهوم جذور المعادلة بعد دراسته لها وبشكل صحيح.
2. أن يستخرج الطالب حاصل جمع وضرب الجذرين من المعادلة التربيعية إذا ما طلب منه ذلك وبدقة تامة.
3. أن يكوِّن الطالب معادلة تربيعية إذا علم جذريها بعد اطلاعه على العلاقة بين الجذور معامل س والحد الثابت جـ وبالشكل الصحيح.

استراتيجيات التدريس:

السرد القصصي، المناقشة: من خلال مناقشة الطللة بأسئلة المناقشة، وإتاحة الفرصة لإشراك أكبر عدد ممكن من الطلبة في النقاش، والتعرف إلى رأي الطلبة.

الوسائل التعليمية:

الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، وصور العلماء، ولغة العالم فيتي.

الإجراءات والأنشطة:

<u>الحصة الأولى والثانية:</u>

تمهيد:

أيها الطلبة في هذا الدرس سنتعرف إلى علاقة مهمة في المعادلات التربيعية، وهي العلاقة بين جذري المعادلة، وكل من معامل س والحد الثابت جـ، أشرح للطلاب مفهوم الجذر، وهو حل المعادلة التربيعية (قيمة س)

العرض:

أكلف أحد الطلبة بسرد قصة العالم فيتي، ثم كتابة العلاقة التي خرج بها على اللوح، وجذب انتباه الطلاب بالنظر إلى صورة العالم فيتي، ثم أقوم بكتابة العلاقة التي توصل إليها في الحالتين عندما يكون معامل س^2 =1 وهذه العلاقة هي:

في المعادلة التربيعية س^2 + ب س +جـ = 0

إذا كان جذرا المعادلة $س_1$ ، $س_2$ فإن $س_1$ + $س_2$ = − ب و ($س_1$ × $س_2$) = جـ

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$س^2$ − ($س_1$ + $س_2$) س + ($س_1$ × $س_2$) = 0

$س^2$ − (مجموع الجذرين) س + (حاصل ضرب الجذرين) = صفر.

وعندما يكون معامل $س^2$ =أ بحيث أ ≠ 1 وهذه العلاقة هي:

في المعادلة التربيعية أ $س^2$ + ب س +جـ = 0

إذا كان جذرا المعادلة $س_1$ ، $س_2$ فإن $س_1$ + $س_2$ = − $\frac{ب}{أ}$ **و ($س_1$ × $س_2$) =** $\frac{جـ}{أ}$

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$س^2$ − ($س_1$ + $س_2$) س + ($س_1$ × $س_2$) = 0

$س^2$ − (مجموع الجذرين) س + (حاصل ضرب الجذرين) = صفر

أشرح المثال 1 للطلبة: لدينا الجذران −2 ، 3 فكيف نقوم بصياغة معادلة تربيعية لهذين الجذرين باستخدام قاعدة فيتي؟

ثم أشرح المثال 2: لدينا المعادلة 2 $س^2$ +6س = 18 ولها جذران هما م، ن، فما هي المعادلة التربيعية التي يمكن أن نصوغها من الجذرين التاليين : 3م ، 3ن؟.

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة: ما هو رأيكم في العلاقة التي استنتجها العالم فيتي؟ أستمع لآراء الطلبة، وأناقشهم فيها.

التقويم:

لقياس الهدف الأول: بعد الانتهاء من شرح مفهوم جذور المعادلة، أطرح السؤال التالي على الطلبة: ماذا نعني بجذور المعادلة؟.

لقياس الهدف الثاني والثالث: بعد الانتهاء من شرح العلاقة أطرح الأسئلة التالية على الطلبة:

1) لدينا المعادلة التربيعية التالية، نريد إيجاد مجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة $س^2$ = 5 س + 7 .

2) لدنيا الجذور التالية: (3، 5) و (صفر، 6)، ما هي المعادلات التي يمكن أن نصوغها للجذور الأولى وللجذور الثانية؟

الواجب البيتي:

أكلف الطلبة بحل الأسئلة صفحة 43، والقيام ببحث عن حياة العالم فيتي، والتعرف إلى اللغة التي كان يستخدمها والواردة في النشاط.

<u>الحصةالثالثة والرابعة:</u>

تمهيد:

في الحصة السابقة تعرفنا إلى العلاقة التي أوجدها العالم فيتي بين جذري المعادلة وكل من معامل س والحد الثابت جـ.

ما هي هذه العلاقة؟ ومن يلخص هذه العلاقة بلغته الخاصة؟ أستمع لإجابات الطلاب

العرض:

أقوم بحل الأسئلة التالية مع الطلبة:

1) المعادلة التالية: س^2 + س −3 =0 والتي جذراها هما م،ن، ماهي المعادلات التي نكونها من الجذور التالية:

أ− (5م،5ن) ب− ($\frac{1}{م}$، $\frac{1}{ن}$) جـ − (م^2 ، ن^2)

2) لديك المعادلة التالية : أ س^2 − 2 س = 19 وكان مجموع جذري هذه المعادلة هو 4، فأوجد قيمة أ؟

بعد الانتهاء من حل الأسئلة مع الطلبة، أطلب منهم تقديم أبحاثهم عن فيتي، ثم أناقشهم في رأيهم حول العالم فيتي وعن حياته، ثم أقوم بشرح اللغة التي استخدمها فيتي.

الغلق:

في الدرس القادم سوف نتعرف إلى كيفية تمثيل الاقتران التربيعي، وكيف نستخدم التمثيل البياني في إيجاد جذور المعادلة.

التقويم:

بعد الانتهاء من شرح لغة فيتي للطلبة، أكلفهم بالسؤال التالي الوارد في النشاط:

الآن لنتخيل أننا مكان العالم فيتي، فكيف نقوم بكتابة وحل هذه المعادلة: 3س^2 +10س =8 ؟

الواجب البيتي:

أعطي الطلبة واجب التحضير للحصة القادمة.

الدرس الرابع: تمثيل الاقترانات التربيعية **عدد الحصص: 6**

الأهداف:

1. أن يعرف الطالب الاقتران التربيعي بعد اطلاعه على تعريفه وبدقة تامة.
2. أن يعرف الطالب مفهوم الانسحاب في المستوى الديكارتي بعد دراسته له وبشكل صحيح.
3. أن يحكم الطالب على تمثيل اقتران تربيعي في المستوى الديكارتي من خلال الانسحابات.
4. أن يستطيع الطالب رسم الاقتران التربيعي الذي مجاله ح كما هو وارد في الدرس وبالشكل الصحيح.
5. أن يستخدم الطالب التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية بعد اطلاعه عليها وبالشكل الصحيح.

استراتيجيات التدريس:

السرد القصصي، المناقشة: من خلال مناقشة الطلبة بأسئلة المناقشة، وإتاحة الفرصة لإشراك أكبر عدد ممكن من الطلبة في النقاش، والتعرف إلى رأي الطلبة، ولعب الادوار.

الوسائل التعليمية:

الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، صور العلماء، مشهد لعب الادوار للعالم ديكارت وفيرمات.

الاجراءات والانشطة:

<u>الحصة الاولى والثانية: التمثيل البياني للاقتران التربيعي</u>

تمهيد:

في هذا الدرس سوف نقوم بدراسة عنصر من عناصر الجبر، وهو الاقتران التربيعي ثم أبدأ بشرح مفهوم الاقتران التربيعي، أطرح السؤال: ما هو الاقتران التربيعي؟ وبعد الاستماع لإجابات الطلبة، أقوم بكتابة التعريف على اللوح: **الاقتران التربيعي هو كل اقتران ق(س) يمكن كتابته على الصورة: ق(س) = أ س^2 + ب س +جـ حيث أ، ب، ج تنتمي لـ ح ، أ $\neq$ صفر،** ثم أذكر للطلاب تعريف العالم ليبنز للاقتران وانه أول من استخدم الرمز ق(س) للاقتران، ثم أقوم

بشرح المثال1: ق(س) = 3س^2 −8 س − 5 ، اوجد : ق(0)، ق(−1)، ق(1)،ق(−4)، ق(2)، ق(3).

العرض:

أكلف أحد الطلبة بسرد قصة رسمة الاقتران التربيعي وهو القطع المكافئ، ومن أول من أوجد هذه الرسمة، ثم أقوم برسم القطع المكافئ مع الطلبة وتحديد خصائصه مع التركيز على قراءة الملاحظات الواردة في الهوامش وجذب انتباه الطلبة إلى صورة ديكارت الواردة في الدرس.

ثم أشرح الانسحاب الصادي للطلاب من خلال شرح المثال2، ورسم الاقترانات التالية: ق(س) = س^2 + 2، ق(س) = س^2 − 1، ثم أقوم بكتابة قاعدة الانسحاب الصادي على اللوح وهي: **الاقتران ق(س) = س^2 + ن هو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 بمقدار ن وحدة باتجاه محور الصادات الموجب إذا كانت ن موجبة والسالب اذا كانت ن سالبة.**

بعد ذلك أرسم للطلبة الاقتران التالي: ق(س) = (س+2)^2، بعد الانتهاء من رسمة الاقتران أقوم بكتابة قاعدة الانسحاب السيني على اللوح وهي: **الاقتران ق(س) = (س − م)^2 هو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 بمقدار م باتجاه محور السينات الموجب، إذا كانت م موجبة والسالب إذا كانت م سالبة،** ثم أشرح للطلبة القاعدة: ق(س) = (س− م)^2 + ن بأنها أولاً انسحاب سيني لمحور السينات الموجبة بمقدار م، ثم انسحاب صادي باتجاه محور الصادات الموجبة بمقدار ن، بعد ذلك أكتب للطلاب القاعدة التالية على اللوح: **الاقتران ق(س) = أ س^2 هو تمدد للاقتران ق(س) = س^2 باتجاه محور الصادات الموجب اذا كانت أ عدداً صحيحاً وباتجاه محور السينات اذا كانت أ عدداً كسرياً**، وأرسم مع الطلبة الاقترانات التالية: ق(س)= 2 س^2،ق(س) = $-\frac{1}{3}$ س^2

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة: ما هو رأيكم في إنجازات العلماء في هذا الدرس؟ الاستماع للطلبة ومناقشتهم في أرائهم.

التقويم:

لقياس الهدف الأول، بعد الانتهاء من شرح مفهوم الاقتران التربيعي، وقبل كتابة التعريف على اللوح أطرح السؤال التالي: من يعرف لي الاقتران التربيعي؟

لقياس الهدف الثاني والثالث والرابع، بعد الانتهاء من شرح الانسحابات، أطرح السؤال التالي على الطلبة: من يعرف لي الانسحاب السيني والصادي؟ بعد ذلك أكلف الطلبة برسم الاقترانات التالية:

ق(س) = (س − 1)^2 +2، ق(س) = (س+ 5)^2 −3، ق(س) = (س − 2)^2 − 3، ق(س) = −3 س^2 .

الواجب البيتي:

أكلف الطلبة بحل الأسئلة صفحة 52 في الوحدة المصممة.

الحصة الثالثة:

تمهيد:

في الحصة السابقة تعرفنا إلى رسمة الاقتران التربيعي، ماذا تسمى هذه الرسمة؟ وما هو تعريف الاقتران التربيعي؟ بعد الاستماع الى إجابات الطلبة أقوم بكتابة تعريف الاقتران التربيعي على اللوح، وبعد ذلك أطرح السؤال التالي: من اكتشف رسمة الاقتران التربيعي ومن أوجد خصائصه وما هي؟ أستمع لإجابات الطلبة.

العرض:

أشرح للطلبة مفهوم أصفار الاقتران، وهي: أصفار الاقتران التربيعي أو جذور (حلول) المعادلة التربيعية هي نقاط تقاطع القطع المكافئ مع محور السينات (ص = صفر)

ثم أقوم بحل الأسئلة التالية للطلبة:لدينا الاقتران التالي وهو ق(س) = 1− س − س^2 ،وطلب منا أن نجد م ايلي: ق(0)، ق(1)، ق(2)، ق(−2)، ق(−1)، ق(أ)، ق(أ −2) فكيف نقوم بذلك؟

لنرسم منحنى تقريبياً لاقتران ص = 4 − س^2 ونحاول ايجاد: إحداثيات الرأس، معادلة محور التماثل، أصفار الاقتران؟

الغلق:

اليوم تعرفنا إلى كيفية رسم الاقتران التربيعي ولكننا في الحصة القادمة سوف ندرس كيف نستخدم رسمة الاقتران التربيعي في حل المعادلات التربيعية.

التقويم:

لقياس الهدف الرابع، وهو رسم الاقتران التربيعي الذي مجاله ح، أكلف الطلبة بالسؤال التالي: أرسم الاقترانات التربيعية التالية: ق(س) = 5 − 4س − س^2 ، ق(س) = س^2 − 10 س+ 9، مع إعطاء الطلبة إرشاد باستخدام طريقة إكمال المربع لرسم الاقترانات.

الواجب البيتي: تكليف الطلبة بالبحث عن كيفية الاستفادة من رسمة الاقتران التربيعي في حل المعادلات التربيعية، وذلك بالتحضير للدرس القادم.

الحصة الرابعة: استخدام التمثيل البياني في حل المعادلة التربيعية:

تمهيد:

في الدرس السابق تعرفنا إلى كيفية رسم الاقتران التربيعي الذي مجاله ومداه ح (الاعداد الحقيقية)، وفي هذا الدرس سوف نتعرف إلى كيفية استخدام رسمة الاقتران التربيعي في حل المعادلات التربيعية.

العرض:

أطلب من أحد الطلبة سرد الجولة التاريخية حول تطور استخدام التمثيل البياني في حل المعادلات التربيعية، ثم أشرح للطلاب المثال التالي: لنأخذ الاقتران التالي ونرسم منحنى تقريبياً له: ق(س) = س^2 – 4 س + 1 ثم نستخدم الرسم في حل المعادلة: س^2 – 4 س +1 =0

الحل: نحاول أن نكتب س^2 – 4 س + 1 على الصورة (س – م)^2 + ن ، باستخدام طريقة إكمال المربع نحصل على: س^2 – 4 س + 1 = (س – 2)^2 + –3 ، فعندما نقوم برسم هذا المنحنى وهو انسحاب للاقتران ق(س) = س^2 باتجاه محور السينات الموجب بمقدار 2 ثم انسحاب باتجاه محور الصادات السالب بمقدار 3، ومنه الرأس = (2، –3) وأن حل المعادلة س^2 – 4 س + 1 هو الإحداثي السيني لنقطة تقاطع الاقتران س^2 – 4 س + 1 مع محور السينات س = 0.3 س = 3.7 .

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة: ما هو رأيكم بالتطور التاريخي لاستخدام الاقتران التربيعي؟ أستمع للطلاب وأناقشهم في آرائهم.

التقويم:

لقياس الهدف الخامس, وبعد الانتهاء من شرح المثال أعطي الطلبة السؤال التالي:

أرسم الاقتران التربيعي: ق(س)= 2 س^2 – 8 س +10، ثم أوجد إحداثيات الراس وأصفار الاقتران والمقطع من محور الصادات ومدى الاقتران؟

الواجب البيتي:

أكلف الطلاب بحل الأسئلة صفحة 56.

الحصة الخامسة والسادسة:

تمهيد:

في الحصة السابقة درسنا كيف نستخدم الرسم البياني في حل المعادلات التربيعية، أطرح السؤال التالي للمناقشة: من حل المعادلات التربيعية باستخدام التمثيل البياني؟ أستمع لإجابات الطلبة وأناقشهم في رأيهم.

العرض:

أقوم بحل الاسئلة التالية مع الطلبة:

1. لديك الاقترانات التالية: س^2 – 6س +4، 3 س^2 – 18 س + 14وطلب منك ان تكتب الاقتران الأول على الصورة (س – م)^2+ن، والاقتران الثاني على الصورة 3(س–م)^2+ن فماذا تكون قيمة م ، ن في الاقترانات السابقة؟

2. استطاع العالم منانخيموس حل مسألته الخاصة به من خلال تقاطع منحنيين قطعين مكافئين (القطع المكافئ هو رسمة الاقتران التربيعي)، فتخيل نفسك مكان هذا العالم فكيف تقوم بحل مايلي:
   ارسم الاقترانين ص = 9 – س^2، ص = س^2 – 9 على نفس المستوى الديكارتي، وجد من الرسم الاحداثي السيني لنقاط التقاطع للاقترانين، وما هي المعادلة التي حلها هذه الإحداثيات؟

الغلق:

في الحصة القادمة سوف نقوم بأنشطة مختلفة، وهي لعب أدوار علماء الرياضيات القدامى، وسوف يقوم أحد الطلبة بتمثيل دور ديكارت، وآخر دور فيرمات وآخر بدور صحفي يطرح السؤال، أناقش مع الطلبة من يريد أن يمثل الأدوار بعد المناقشة مع الطلبة، وأقوم بتحديد ثلاثة طلبة للقيام بالاأوار الواردة في المشهد.

الواجب البيتي:

أكلف الطلاب بحل النشاط حول إيجاد المسافة بين نقطة البداية والنهاية للجسر، الذي له شكل الاقتران التربيعي، مع التحضير للعب الادوار وحفظ النصوص للطلبة الذين تم تحدديهم للقيام بالأدوار.

الحصة الخامسة:

تمهيد:

في هذا الدرس سوف نذهب في رحلة إلى فرنسا، لكي نقوم بسؤال العالم ديكارت والعالم فيرمات حول رأيهم باستخدام رسمة الاقتران التربيعي في حل المعادلة التربيعية، بعد ذلك أقوم بالتحضير للعب الأدوار.

العرض:

تنفيذ لعب الأدوار، وبعد الانتهاء منه، أطرح السؤال التالي للنقاش: ما هو رأيك في وجهة نظر كل من ديكارت وفيرمات، ومع من أنت؟ الاستماع للطلبة ومناقشتهم في رأيهم.

بعد ذلك أشرح للطلبة النشاط وأقوم بحله معهم:

عزيزي الطالب، طلب منا ان نحسب المسافة بين طرفي الجسر، وقالوا لنا بأن شكل هذا الجسر يمثل منحنى للاقتران التالي: ق(س)= − س^2 − 14 س − 24، ولكننا نواجه مشكلة، وهي أننا لا نعلم ما هي العلاقة بين نقطتي بداية الجسر ونهايته وجذور الاقتران التربيعي، فهل لك ايها الطالب أن تساعدنا؟

الغلق:

الآن أيها الطلبة بعد أن انتهينا من دراسة الاقتران التربيعي ورسمته وكيفية استخدام رسمة الاقتران التربيعي في حل المعادلات التربيعية، فإننا في الحصة القادمة سنتحدث عن المميز وجذور المعادلة.

الواجب البيتي:

أكلف الطلبة بالتحضير للدرس القادم.

الدرس الخامس: المميز وجذور المعادلة عدد الحصص: 4

الأهداف:

1. أن يلخص الطالب الحالات الثلاث للمميز بلغته الخاصة بعد إطلاعه على هذه الحالات الواردة في الدرس.
2. أن يحدد الطالب طبيعة جذور المعادلة التربيعية من دون إيجاد الجذور، إذا ما طلب منه ذلك وبالشكل الصحيح.
3. أن يصوغ الطالب العلاقة بين جذور المعادلة والتمثيل البياني لها في المستوى الديكارتي إذا ما طلب منه ذلك وبدقة تامة.

استراتيجيات التدريس:

السرد القصصي، المناقشة: من خلال مناقشة الطلبة بأسئلة المناقشة، وإتاحة الفرصة لإشراك أكبر عدد ممكن من الطلبة في النقاش، والتعرف إلى رأي الطلاب.

الوسائل التعليمية:

الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي.

الإجراءات والأنشطة:

<u>الحصة الأولى والثانية:</u>

تمهيد:

في درس سابق ذهبنا برحلة مع القانون العام، وتعرفنا إلى المحطات التي مر بها، لكي يصلنا بالشكل الذي هو عليه الآن وكانت إحدى هذه المحطات هي عند العالم المسلم الخوارزمي.

العرض:

أسرد قصة الخوارزمي واكتشافه للمميز، ثم أشرح الكيفية التي حدد فيها حالات المميز من خلال شرح الطريقة التي استخدمها الخوارزمي باستخدام لغته الخاصة:

"اعلم أنك إذا نصفت الأجذار، وضربتها في مثلها فكان مبلغ ذلك:

أ- أقل من الدراهم التي مع المال فالمسألة مستحيلة.

ب-وإن كان مثل الدراهم بعينها، فجذر المال مثل نصف الأجذار سواء، لا زيادة ولا نقصان"

بعد شرح طريقة الخوارزمي أحاول صياغة حالات المميز باللغة التي نستخدمها وبعد ذلك التوصل الى الحالات الثلاث وكتابتها على اللوح:

الحالة الاولى:

إذا كانت ب^2 – 4 أ جـ > صفراً فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقين مختلفين، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة فإنه سوف يقطع محور السينات في نقطتين مختلفتين.

الحالة الثانية:

إذا كانت ب^2 – 4 أ جـ = صفراً فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقين متساويين، ويساوي كل منهما (– ب / 2أ)، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة، فإنه سوف يقطع محور السينات في نقطة واحدة (محور السينات مماس للقطع المكافئ).

الحالة الثالثة:

إذا كانت ب^2 – 4 أ جـ < صفراً فإنه لا يوجد جذور حقيقية للمعادلة، وعند رسم المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة فإنه لا يقطع محور السينات.

بعد ذلك أقوم بشرح المثال1: لديك المعادلة التالية 2س^2 – م س+ 8 = 0، ما هي قيمة م والتي تجعل للمعادلة جذرا واحدا؟

بعد الانتهاء من شرح المثال1 ، أقوم بشرح المثال 2: لدينا المقدار س^2 – 2س + 5 تعوض أي عدد في قيمة س كان الناتج موجب فهل هو موجب دائماً، ولماذا؟

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة: ما هو رأيك في العالم المسلم الخوارزمي؟ أستمع لإجابات الطلاب، ثم أطرح السؤال التالي: لماذا سمي المميز بهذا الاسم؟ عليكم في الحصة القادمة الحصول على إجابة لهذا السؤال.

التقويم:

لقياس الهدف الأول، بعد الانتهاء من شرح طريقة الخوارزمي والوصول إلى حالات المميز، أطرح السؤال التالي على الطلبة: ما هي حالات المميز؟ من يلخص لي هذه الحالات بلغته الخاصة؟.

لقياس الهدف الثاني، بعد الانتهاء من شرح المثال1، أعطي الطلبة السؤال التالي: لدينا المعادلة التالية س^2 – 5س+6 = 0 ، نريد أن نبين طبيعة جذور المعادلة دون أن نجد الجذور، فكيف نقوم بذلك؟

لقياس الهدف الثالث، بعد الانتهاء من شرح المثال2، أعطي الطلبة السؤال التالي: قمنا بتحليل المعادلة التربيعية للعوامل فحصلنا على هذه العوامل (1 − 2س)(س+3)، فكيف نرسم منحنى للاقتران الذي يمثل هذه المعادلة؟

الواجب البيتي:

حل الأسئلة صفحة 62 والبحث عن سبب تسمية المميز بهذا الاسم.

<u>الحصة الثالثة والرابعة:</u>

تمهيد:

في الحصة السابقة تعرفنا على المميز، أطرح السؤال التالي على الطلبة: من هو العالم الذي وصف أثر المميز؟ ولماذا سمي بالمميز؟ استمع لإجابات الطلبة وأناقشهم في رأيهم.

العرض:

أقوم بحل الأسئلة التالية مع الطلبة:

1. عندما رسمنا المنحنى التقريبي للاقتران ق(س) = س^2 − 6س +9، وجدنا أنه يمس محور السينات لماذا؟
2. لديك الاقتران التالي : ق(س) = 3 − م س + س^2 ، فما هي قيمة م التي تجعل هذا الاقتران يمس محور السينات؟
3. لديك اقتران تربيعي مقطعه من محور السينات هو −2، ومقطعه من محور الصادات هو −3 ، فما هي قاعدة هذا الاقتران؟
4. قمت برسم اقتران تربيعي فوجدته يقطع محور السينات في س= −1 و س= 5 ويمر بالنقطة (1،1) فما هو هذا الاقتران؟

الغلق:

أطرح السؤال التالي:الكثير منكم أيها الطلبة، يسأل: ما هي أهمية المعادلات التربيعية وكيف نستفيد من هذه المعادلات؟ في الدرس القادم سوف نأخذ أسئلة عملية على المعادلات التربيعية.

الواجب البيتي: تكليف الطلبة بالتحضير للدرس القادم.

الدرس السادس: أسئلة عملية على المعادلات التربيعية   عدد الحصص:4

الاهداف:

1. أن يترجم الطالب مسألة كلامية إلى رموز ومعادلات بدقة تامة.
2. أن يطبق الطالب حل المعادلة التربيعية في حل مسائل حياتية وبالشكل الصحيح.
3. أن يحكم الطالب على صحة مسألة حياتية مستخدما حل المعادلات التربيعية وبدقة تامة.

استراتيجيات التدريس:

السرد القصصي، المناقشة: من خلال مناقشة الطلبة بأسئلة المناقشة وإتاحة الفرصة لإشراك أكبر عدد ممكن من الطلبة في النقاش، والتعرف إلى رأي الطلبة.

الوسائل التعليمية:

الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي، وصور العلماء.

الإجراءات والأنشطة:

الحصة الأولى والثانية:

تمهيد:

الكثير منكم أيها الطلبة، يسأل ما هي أهمية المعادلات التربيعية وكيف نستفيد من هذه المعادلات في حياتنا اليومية؟ في هذا الدرس سوف نتعرف إلى أهمية المعادلات التربيعية من خلال أخذ أسئلة عملية على المعادلات التربيعية.

العرض:

أكلف أحد الطلبة بسرد قصة تطور استخدام المعادلات التربيعية من البابليين إلى اليونانيين ثم العرب، ثم الحديث عن العالم ريكاردو وجذب انتباه الطلبة لصورته الواردة في الدرس، بعد ذلك أقوم بتلخص الخطوات اللازمة لحل المسائل وكتابتها على اللوح، وهي:

1. قراءة المسألة جيداً والتمييز بين المتغيرات والثوابت .
2. رسم مخطط إذا لزم الامر.
3. تكوين فرض بالمطلوب في المسألة مثل المتغير س.

4. تكوين مقادير جبرية بدل الجمل اللغوية.

حل المعادلة الناتجة وإيجاد قيمة المجهول.

ثم شرح المثال 1:

في الألواح التي تم الحصول عليها من الحضارة البابلية حوالي (1790−1600 قبل الميلاد) كانت هناك مسألة قام البابليون بحلها، والآن لنأخذ هذه المعادلة ونحاول أن نحلها معا: لدينا مستطيل مجموع طوله وعرضه يساوي 6.5 سم، وكانت مساحته تساوي 7.5 سم^2 ، فما هي أطوال أضلاع هذا المستطيل؟

الغلق:

أطرح السؤال التالي (سؤال النشاط): في هذا الدرس تحدثنا عن استخدام المعادلات التربيعية في إيجاد المساحات وأطوال الأضلاع، ولكن هل يوجد استخدامات أخرى لها؟

التقويم:

لقياس الهدف الأول، بعد الانتهاء من تلخيص الخطوات اللازمة للحل، أعطي الطلبة السؤال التالي: لدينا عددان حاصل ضربهما يساوي 88، والفرق بينهما يساوي 3 فما هما هذان العددان؟

لقياس الهدف الثاني والثالث، بعد الانتهاء من شرح المثال 1 أعطي الطلبة السؤال التالي: إذا كان طول مستطيل هو س سم وكان العرض يقل بمقدار 3 سم، وكان محيط المستطيل 54 سم فما هي أطوال أضلاع المستطيل؟

الواجب البيتي:

حل الاسئلة صفحة 66، والبحث عن استخدامات أخرى للمعادلات التربيعية.

<u>الحصة الثالثة والرابعة:</u>

تمهيد:

في الحصة السابقة تحدثنا عن استخدام المعادلات التربيعية، وأخذنا أسئلة عملية عليها، أطرح السؤال التالي: ما هي مراحل تطور استخدام المعادلات التربيعية؟ وما هو رأيكم بهذه المراحل؟ استمع لإجابات الطلبة وأناقشهم في آرائهم.

العرض:

أقوم بحل الاسئلة التالية مع الطلبة:

1. هناك مزارع لديه قطعة أرض على شكل مستطيل، بحيث يزيد طول هذه الأرض عن عرضها 2كم، وكان طول قطرها 10 كم، وأراد ان يحسب طول قطعة الأرض وعرضها، فجاء إلى أحد الأساتذه طالباً المساعدة منه، فقال له الأستاذ: بأنك قد درست كيف كان البابليون يستخدمون المعادلات التربيعية في إيجاد أطوال أضلاع مساحة أراضيهم، فكيف تساعد المزارع؟
2. مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه هي: س، س –1، س – 8 أوجد أطوال أضلاعه؟

الغلق:

أطرح السؤال التالي على الطلبة: هل هناك استخدامات أخرى للمعادلات التربيعية في حياتنا اليومية؟ أستمع لإجابات الطلبة وأناقشهم في آرائهم.

إجابات الاسئلة والانشطة:

معظم الأسئلة والأمثلة الواردة في الوحدة المصممة هي الأسئلة والأمثلة نفسها الواردة في الكتاب المقرر ولكن تم صياغتها بصورة تتفق مع المنحى التاريخي، وفهم المفاهيم الرياضية وتطبيقها في مواقف تختلف عن المواقف التي درسها.

هذا القسم من الدليل يتضمن حلولاً للأسئلة والنشاطات الواردة في الوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي والتي لا توجد في الكتاب المقرر مثل الطرق التي تم استخدامها قديما من قبل العلماء في حل المعادلات التربيعية، كما انه في الوحدة المصممة تم تحديد الهدف من كل نشاط.

الدرس الأول:

إجابات الاسئلة :

السؤال الأول صفحة 4: : تعرفنا إلى طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية، وهي طريقة التخمين حل المعادلة التالية باستخدام هذه الطريقة:

$$3\text{س} - \frac{1}{4}\text{س} + \frac{3}{8}\text{س} = 10$$

الحل:

نفرض أن س = 6 (التخمين الأولي) هذا العدد يسمى (الموقف) ليصبح الحل :

$$3 \times 6 - \frac{6}{4} + \frac{9}{4} = 18 + \frac{3}{4} = \frac{75}{4}$$

الجواب المطلوب / الجواب من التخمين :

$$\frac{40}{75}$$

ثم نضرب ناتج القسمة بالتخمين الأولي وهو الـــ 6

$\frac{24}{7} \times 6 = \frac{240}{75} = 3.2$ وهو الجواب الصحيح

والآن عزيزي الطالب لنتأكد من صحة الحل باستخدام طريقة حلنا للمعادلات الخطية:

$$3\text{س} - \frac{1}{4}\text{س} + \frac{3}{8}\text{س} = 10$$

نجمع معاملات الـــ س (القيمة المجهولة) ، نوحد المقامات

$$\frac{25س}{8} = 10$$

ومنها س = $\frac{80}{25} = 3.2$

سؤال 2 صفحة 7: مما سبق تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة الخوارزمي حل المعادلة التالية باستخدام هذه الطريقة :

3 س −7 = س +2

الحل:

3س −7 = س +2 بالجبر(نقل الكمية السالبة إلى الطرف الآخر من المعادلة) تصبح

3 س = س +2 +7

3 س = س +9 بالمقابلة(تبسيط الكميات الناتجة بحذف الكميات المتساوية من طرفي المعادلة)

2 س = 9

س = 2/9

حل بعض أسئلة صفحة 8:

السؤال الأول: تعرفنا إلى طريقة المصريين في حل المعادلة الخطية، وهي طريقة التخمين حل المعادلة التالية باستخدام هذه الطريقة:

0.1 س + 0.7 س = 2

الحل:

نفرض أن س = 4 (التخمين الأولي) هذا العدد يسمى (الموقف) ليصبح الحل :

$0.1 \times 4 + 0.7 \times 4 = 3.2$

الجواب المطلوب / الجواب من التخمين :

$2 \div 3.2 = 0.625$

ثم نضرب ناتج القسمة بالتخمين الأولي وهو الـــ 4

$0.625 \times 4 = 2.5$ وهو الجواب الصحيح ، والآن عزيزي الطالب لنتأكد من صحة الحل باستخدام طريقة حلنا للمعادلات الخطية:

0.1 س + 0.7 س = 2

نجمع معاملات الـــ س (القيمة المجهولة) ، نوحد المقامات

0.8 س = 2 ومنها س = 2.5

السؤال الثاني: مما سبق تعرفنا إلى كيفية حل المعادلة الخطية حسب طريقة الخوارزمي حل المعادلة التالية باستخدام هذه الطريقة :

1 – س = س –1

الحل:

1– س = س– 1 (نقل الكمية السالبة إلى الطرف الآخر من المعادلة) تصبح المعادلة

1 + 1 = س + س

2 = 2 س بالمقابلة(تبسيط الكميات الناتجة بحذف الكميات المتساوية من طرفي المعادلة)

1 = س

حل سؤال نشاط صفحة 11:

حل المعادلة التالية **3س+4 =0** بطريقة الميزان .

لنأخذ التقديرين جـ$_1$ =1 ، جـ$_2$ = 2

إذن : 3 (1) +4 = 7 = د$_1$

3(2) + 4 = 10 = د$_2$

د$_1$ = 7   د$_2$ = 10

جـ$_1$ = 1   جـ$_2$ = 2

الجذر المطلوب هو : $س = \frac{(د_1 جـ_2 - د_2 جـ_1)}{(د_1 - د_2)}$

$$س = \frac{(7\times 2 - 10\times 1)}{(7 - 10)}$$

س = 4/ −3 = −3/4

حل نشاط صفحة 39:

الطريقة التي استخدمها الهنود في حل المعادلات التربيعية، وكيف توصلوا إلى القانون العام، وهذه الطريقة تتلخص بما يلي:

أ س^2 + ب س +جـ =0 نكتب المعادلة على الصورة: أ س^2 + ب س = −جـ

نضرب المعادلة بـ 4 أ (أربعة أضعاف معامل س^2) لتصبح المعادلة كما يلي:

4 أ^2 س^2 + 4 أ ب س=−4أجـ ثم نضيف ب^2 (مربع معامل س) لتصبح المعادلة كما يلي:

4 أ^2 س^2 + 4 أ ب س + ب^2=−4أجـ + ب^2 الطرف الايمن يساوي مربعاً كاملاً =(2أس+ب)^2

(2أس + ب)^2 =−4أجـ + ب^2 ثم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

2أس + ب = ± $\sqrt{\text{−4أجـ + ب}^2}$

2أس = ± $\sqrt{\text{−4أ جـ + ب}^2}$ − ب

$$\text{س} = \frac{\text{− ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - \text{4 أ جـ}}}{\text{2 أ}}$$

حل المعادلة التالية باستخدام طريقة الهنود:

س^2 + 7 س + 3 = 0

الحل:

نكتب المعادلة على الصورة: أ س^2 + ب س = −جـ تصبح المعادلة:

س^2 + 7 س = −3

نحدد قيمة كل من أ =1 ، ب =7

س^2 + 7 س = −3 نضرب المعادلة بـ 4أ = 4×1 = 4 تصبح المعادلة:

4 س^2 + 28 س = −12 ثم نضيف ب^2 = (7)^2 = 49 تصبح المعادلة:

4 س^2 + 28 س + 49 = −12 +49 الطرف الأيمن يساوي مربعاً كاملاً

(2س+7)^2 = 37 ثم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$(س + \frac{7}{2})^2 = \pm\sqrt{37}$$

$$2س = \pm\sqrt{37} - 7$$

$$س = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$$

نلاحظ بانه لو قمنا بتطبيق القانون على المعادلة:

$س^2 + 7\ س = -3$

حيث أ =1، ب =7 ، جـ = 3

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4\ أ\ جـ}}{2\ أ}$$

$$س = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$س = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$$

ملحق (6): جدول المواصفات

إعداد جدول المواصفات:

أولا: تحديد الوزن النسبي لكل موضوع دراسي على أساس الوقت المستغرق في تدريسه، لأنه المؤشر الذي يدل على أهمية الموضوع، ويحسب الوزن النسبي للموضوعات باستخدام القانون التالي:

الوزن النسبي لأي موضوع = الوقت المستغرق في تدريس الموضوع × 100%
الوقت المستغرق في تدريس جميع المواضيع

الأوزان النسبية لموضوعات وحدة المعادلات التربيعية

المحتوى	عدد الحصص	الوزن النسبي للموضوع
المعادلات الخطية	3	%10
المعادلات التربيعية	9	%30
العلاقة بين جذري المعادلة	4	%14
تمثيل الاقترانات التربيعية	6	%20
المميز وجذور المعادلة	4	%13
أسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية	4	%13
المجموع	**30**	**%100**

ثانياً: تحديد النسب المئوية الأنسب لقياس المهارات المعرفية حسب تصنيف بلوم، وذلك باستخدام القانون التالي:

النسبة المئوية للمستويات المعرفية = عدد الأهداف في المستوى المعرفي × 100%
العدد الكلي للأهداف

النسب المئوية للمستويات المعرفية لوحدة المعادلات التربيعية

المستوى المعرفي	عدد الأهداف	النسبة المئوية
المعرفة	4	%17
الفهم	3	%13
التطبيق	5	%22
مستويات عليا	11	%48
المجموع	23	%100

ثالثاً: تحديد أسئلة الاختبار لوحدة المعادلات التربيعية بواقع 20 سؤال، ولقد تم تحديد الأسئلة لكل مستوى معرفي في الوحدة حيث استخدمت المعادلة الرياضية التالية لتحديد عدد كلي للأسئلة في كل مستوى:

عدد الاسئلة للمستويات المعرفية = النسبة المئوية للمستوى × العدد الكلي للاسئلة / 100

عدد الأسئلة لكل مستوى معرفي في وحدة المعادلات المعرفية

المستوى المعرفي	عدد الأسئلة
معرفة	3
فهم	3
تطبيق	4
مستويات عليا	10
المجموع	20

رابعاً: تحديد الأسئلة لكل مستوى معرفي في كل موضوع من موضوعات وحدة المعادلات التربيعية، من خلال استخدام المعادلة الرياضية التالية:

$$\text{النسبة المئوية للمستويات المعرفية} = \frac{\text{الوزن النسبي للموضوع} \times \text{العدد الكلي للمستوى المعرفي}}{100}$$

عدد الأسئلة لكل مستوى معرفي في كل موضوع من موضوعات المعادلات التربيعية

المحتوى	المستويات المعرفية				مجموع عدد الاسئلة
	معرفة	فهم	تطبيق	مستويات عليا	
المعادلات الخطية	1	0	0	1	2
المعادلات التربيعية	1	1	2	4	8
العلاقة بين جذري المعادلة	0	0	1	1	2
تمثيل الاقتران التربيعي	1	1	1	2	5
المميز وجذور المعادلة	0	0	0	1	1
أسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية	0	1	0	1	2
المجموع	3	3	4	10	20

جدول المواصفات لاختبار فهم المفاهيم لوحدة المعادلات التربيعية

المحتوى	المستويات المعرفية				مجموع عدد الاسئلة	الوزن النسبي للمحتوى
	معرفة	فهم	تطبيق	مستويات عليا		
المعادلات الخطية	1	0	0	1	2	%10
المعادلات التربيعية	1	1	2	4	8	%30
العلاقة بين جذري المعادلة	0	0	1	1	2	%14
تمثيل الاقتران التربيعي	1	1	1	2	5	%20
المميز وجذور المعادلة	0	0	0	1	1	%13
أسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية	0	1	0	1	2	%13
المجموع	3	3	4	10	20	
النسبة المئوية لفئة المستويات	%17	%13	%23	%48	%100	

ملحق (7): اختبار فهم المفاهيم الرياضية

اختبار فهم المفاهيم

عزيزي/تي الطالب/ـــة:

يهدف هذا الاختبار إلى قياس مدى فهم المفاهيم الرياضية الواردة في وحدة المعادلات التربيعية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي، ويتكون الاختبار من (20) فقرة، من نوع الاختيار من متعدد، يتبعها كتابة تبرير عن سبب اختيار الفقرة، يرجى قراءة كل فقرة من فقرات الاختبار بعناية، ووضع الإجابة المناسبة في المكان المخصص لها على ورقة الأسئلة، مع تبرير السبب في اختيار الفقرة:

أرجو منك اتباع النصائح والإرشادات التالية التي تساعدك على الوصول إلى الإجابة الصحيحة:

- قراءة البيانات الواردة في السؤال بتمعن.
- تحديد المطلوب من السؤال.
- لكل سؤال يوجد إجابة واحدة صحيحة.
- الإجابة التي تعتقد بأنها صحيحة قم باختيارها، وابتعد عن العشوائية في الاختيار.
- لا تترك أي سؤال بدون إجابة.
- قم بكتابة التبرير الذي تعتقد بأنه قادر على توضيح سبب اختيارك للإجابة الصحيحة.

تأكد أن نتيجتك في هذا الاختبار لا تؤثر على علامتك المدرسية، وإنما الهدف منه الاستفادة من نتائجه في أغراض البحث العلمي بما يعود بالفائدة والنفع عليك وعلى زملائك

شكرا لحسن تعاونكم

الباحثة:

رتيبه ابورميله

بسم الله الرحمن الرحيم

الاسم:____________ الصف: التاسع الاساسي الشعبة (   )

الجنس : ذكر ، انثى المدرسة : ______________

مجموع العلامات (60) زمن الاختبار: (60 دقيقة)

ضع دائرة حول رمز الاجابة مع توضيح السبب في ختيارك الإجابة:

1. لديك المعادلة التالية: 15 س +25 = 12 س +16 فإن قيمة س التي تجعل المعادلة جملة رياضية صحيحة تساوي:

أ) – 3 ب) 2

ج) 3 د) 4

السبب في اختيارك الإجابة هو: ....
....
....

2. مع أحمد مبلغ من المال، لكنك لا تعلم قيمته، فقال لك أحمد: "ما لدي من المال اذا طرحت من ثلاثة أضعافه 5 دنانير، يكون الناتج 10 دنانير" ، فكم من الدنانير مع أحمد:

أ) 3 دنانير ب) 6 دنانير

ج) 5 دنانير د) 4 دنانير

السبب في ختيارك الإجابة هو: ....
....
....

3. أمامك عدد من المعادلات، أي من هذه المعادلات هي معادلة تربيعية يمكن كتابتها على الصورة: أس^2 + ب س + جـ =0، حيث أ $\neq$ 0، ب $\neq$ 0، جـ $\neq$ 0 :

أ) 2 س + 9 = 3 س − 5 ب) س^3 + س^2 = 5س + 1

ج) 5 س^2 − 3 = س(5س − 7) د) س(س − 7) = 6س + 5

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

4. لديك المعادلة التربيعية التالية: 5س(2س − 3) = 10 س + 6 فإن قيمة كل من معامل س^2 ومعامل س والحد الثابت على التوالي تساوي:

أ) 7 ، 10، 6 ب) 10، −25، −6

ج) 10، 15، 6 د) 10، 25، −9

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

5. هناك حقيقة رياضية تنص على أن حاصل ضرب عوامل المعادلة يساوي المعادلة نفسها، بناء على ذلك أي من المعادلات التربيعية التالية عواملها (2س − 3)(س − 4):

أ) 2س^2 − 5س − 12 = 0 ب) س^2 + 11 س − 12 = 0

ج) 2س^2 − 11 س + 12 = 0 د) 2س^2 − 3س + 7 = 0

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

6. إذا قمت بتحليل هذه المعادلة 6س^2 + 5س – 6 = 0 الى عواملها، فأي من العوامل التالية ستحصل عليها:

أ) (6س + 6) (س – 1) = 0　　　　ب) (3س – 2) (2س + 3) = 0

ج) (2س + 2) (3س – 3) =0　　　　د) (6س – 3) (س + 2) = 0

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

7. لديك المربع الكامل التالي : (س + 5)^2 ، فإن قيم س التي تجعل هذا المربع الكامل يساوي 9 هي:

أ) س = –2 أو س = –8　　　　ب) س = 8 أو س = 2

ج) س = 2 أو س = 4　　　　د) س = 4 أو س = 8

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

8. المعادلة التربيعية التالية: 2س^2 – 16س + 12 = 0 ، عند تحليها بطريقة إكمال المربع يكون لها جذور يمكن كتابتها على الصورة د ± $\sqrt{هـ}$ ، أي من الجذور التالية تحقق المعادلة:

أ) 4 ± $\sqrt{22}$　　　　ب) 8 ± $\sqrt{11}$

ج) –4 ± $\sqrt{10}$　　　　د) 4 ± $\sqrt{10}$

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

9. إذا أردت أن تطبق القانون العام على المعادلة التالية: 4أس^2 + 3ب س + 2جـ =0 ، أي من الصور التالية ستكون صورة القانون العام لها:

أ) س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4 أ جـ}}{2 أ}$ ب) س = $\frac{-3ب \pm \sqrt{3 ب^2 - 8 أ جـ}}{2 أ}$

ج) س = $\frac{-3ب \pm \sqrt{3 ب^2 - 32أ جـ}}{2 أ}$ د) س = $\frac{-3ب \pm \sqrt{9 ب^2 - 32أ جـ}}{8أ}$

السبب في اختيارك الإجابة هو:..
....
....

10. لديك المعادلة التربيعية التالية: س^2 – 5 س –1 = 0، جذور هذه المعادلة لأقرب منزلتين عشريتين هي:

أ) 3.59 ، – 2.09 ب) 5.19 ، – 0.19

ج) 4.45 ، – 0.45 د) –0.46 ، – 6.53

السبب في اختيارك الإجابة هو:..
....
....

11. هناك علاقة بين جذري المعادلة التربيعية وكل من معامل س والحد الثابت، بناءً على ذلك فإن مجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة التربيعية التالية:4س^2 + 16س − 20 = 0، على التوالي هما:

أ) −16 ، −20 ب) 4 ، 10

ج) 4 ، 5 د) −4 ، −5

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

12. لديك الجذران التاليان : −2 ، −3 المعادلة التربيعية التي يمكن تكوينها من هذين الجذرين هي:

أ) س^2 − 5 س − 6 ب) س^2 + 5 س + 6

ج) س^2 − س + 6 د) س^2 − 6 س − 5

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

13. أمامك عدد من الاقترانات ، أي من هذه الاقترانات يعد اقتراناً تربيعياً:

أ) ق(س) = س^3 + 5س^2 − 10 ب) ق(س) = س + 3

ج) ق(س) = 3س^2 + 4س + 11 د) ق(س) = 8

السبب في اختيارك الإجابة هو:..

....

....

14. إذا قمت برسم الاقتران التالي: ق(س) = (س + 2)^2 – 3، فإن رأس الاقتران يكون عند النقطة (س،ص) وهي:

أ) (–2، –3)
ب) (2، 3)
ج) (–2، 3)
د) (2، –3)

السبب في اختيارك الإجابة هو:...
....
....

15. الاقتران ق(س) = س^2 – 9س + 14 ، اذا قمت برسمه فانه يقطع محور السينات في نقطتين هما:

أ) (–7، 0) ، (2، 0)
ب) (–7، 0) ، (–2، 0)
ج)(7، 0) ، (–2، 0)
د) (7، 0) ، (2، 0)

السبب في اختيارك الإجابة هو:...
....
....

16. إذا قمت برسم الاقتران التربيعي التالي: ق(س) = – س^2 – س + 12، فإن جذري المعادلة التربيعية: – س^2 – س + 12 = 0، من رسمة الاقتران التربيعي هما:

أ) س = 3 أو س = –4
ب) س = –3 أو س = –2
ج) س = –3 أو س = 4
د) س = 3 أو س = 4

السبب في اختيارك الإجابة هو:...
....
....

17. المقدار 2س^2 + 5س +12 مهما كانت قيمة س فإنه دائما:

أ) يقطع محور السينات في نقطة واحدة ب) موجب
ج) سالب د) يقطع محور السينات في نقطتين مختلفتين

السبب في اختيارك الإجابة هو:..
....
....

18. طبيعة جذور المعادلة: 3س^2 – 6س + 15 = 0 دون إيجاد الجذور هي:

أ) جذرين حقيقيين مختلفين ب) جذرين حقيقين متساويين
ج) لا يوجد لها جذور حقيقية د) لها أكثر من جذرين

السبب في اختيارك الإجابة هو:..
....
....

19. العددان اللذان إذا قمت بضربهما ببعضهما بعضاً كان الناتج يساوي 108، وإذا طرحت أحدهما من الآخر كان الناتج يساوي 3 هما:

أ) 36 ، 6 ب) 54، 2
ج) 27، 4 د) 12 ، 9

السبب في اختيارك الإجابة هو:..
....
....

20. لديك مستطيل طوله يساوي (س) سم، وكان عرضه يقل عن طوله بمقدار 3 سم، ومساحته تساوي 180 $سم^2$ ، فإن طول المستطيل وعرضه يساوي على التوالي:

أ) 15سم ، 12سم　　　　ب) 12سم ، 9 سم

ج) 30 سم ، 6 سم　　　　د) 18 سم ، 15 سم

السبب في اختيارك الإجابة هو:...

....

....

انتهت الأسئلة

أجمل الأمنيات بالتوفيق

ملحق (8): توزيع فقرات مقياس الاتجاه نحو الرياضيات إلى إيجابية وسلبية

الرقم	الفقرة	إيجابية	سلبية
1	أشعر بالراحة في حصص الرياضيات	√	
2	أستمتع في حل المسائل الرياضية	√	
3	أكره دراسة مادة الرياضيات		√
4	أشعر بالملل في أثناء حل الواجبات البيتية الخاصة بمادة الرياضيات		√
5	يزداد اهتمامي بالرياضيات كلما تعمقت بدراستها	√	
6	أشعر بالقلق من اختبارات الرياضيات		√
7	أنتظر درس الرياضيات بكل شوق	√	
8	الرياضيات عبارة عن رموز وأشكال معقدة يصعب فهمها		√
9	الرياضيات مادة لا يفهمها إلا الطالب الذكي		√
10	أفضل الرياضيات على باقي المواد التعليمية	√	
11	الرياضيات تنمي لدي مهارات التفكير السليم	√	
12	أحاول تجنب استعمال الرياضيات في أغلب الأوقات		√
13	الرياضيات غير مفيدة في الحياة العملية		√
14	الرياضيات مادة أساسية لباقي المواد الدراسية	√	
15	كل الناس تحتاج إلى الرياضيات	√	
16	أستمتع في قراءة قصص علماء الرياضيات	√	
17	تساعدني الرياضيات على حل المشكلات	√	
18	أخاف من المشاركة في المناقشة في حصة الرياضيات		√
19	للرياضيات قيمة علمية عظيمة	√	
20	أتمنى أن أصبح معلم رياضيات	√	

الرقم	الفقرة	إيجابية	سلبية
21	أشارك في الأنشطة المدرسية الخاصة في مادة الرياضيات	√	
22	أحاول بطرق مختلفة أن أرفع مستواي في الرياضيات	√	
23	عند زيارة المعارض التعليمية تجذبني زاوية مادة الرياضيات	√	
24	أشارك في المسابقات المدرسية الخاصة بمادة الرياضيات	√	
25	أتابع البرامج التعليمية الخاصة بمادة الرياضيات	√	
26	أشعر ببطء الوقت في حصة الرياضيات		√
27	تنمي مادة الرياضيات جواً من المتعة والخيال لدي	√	
28	دراسة الرياضيات تجعلني واثقاً من نفسي	√	
29	تعيقني الرياضيات في التعبير عن أفكاري		√
30	دراسة الرياضيات تسهم في زيادة ثقافتي ومعرفتي	√	

ملحق (9): تصحيح مقياس الاتجاه نحو الرياضيات

الرقم	الفقرة	موافق بشدة	موافق	غير متأكد	معارض	معارض بشدة
1	أشعر بالراحة في حصص الرياضيات	5	4	3	2	1
2	أستمتع في حل المسائل الرياضية	5	4	3	2	1
3	أكره دراسة مادة الرياضيات	1	2	3	4	5
4	أشعر بالملل في أثناء حل الواجبات البيتية الخاصة بمادة الرياضيات	1	2	3	4	5
5	يزداد اهتمامي بالرياضيات كلما تعمقت بدراستها	5	4	3	2	1
6	أشعر بالقلق من اختبارات الرياضيات	1	2	3	4	5
7	أنتظر درس الرياضيات بكل شوق	5	4	3	2	1
8	الرياضيات عبارة عن رموز وأشكال معقدة يصعب فهمها	1	2	3	4	5
9	الرياضيات مادة لا يفهمها إلا الطالب الذكي	1	2	3	4	5
10	أفضل الرياضيات على باقي المواد التعليمية	5	4	3	2	1
11	الرياضيات تنمي لدي مهارات التفكير السليم	5	4	3	2	1
12	أحاول تجنب استعمال الرياضيات في أغلب الاوقات	1	2	3	4	5
13	الرياضيات غير مفيدة في الحياة العملية	1	2	3	4	5
14	الرياضيات مادة أساسية لباقي المواد الدراسية	5	4	3	2	1
15	كل الناس تحتاج إلى الرياضيات	5	4	3	2	1
16	أستمتع في قراءة قصص علماء الرياضيات	5	4	3	2	1
17	تساعدني الرياضيات على حل المشكلات	5	4	3	2	1
18	أخاف من المشاركة في المناقشة في حصة الرياضيات	1	2	3	4	5
19	للرياضيات قيمة علمية عظيمة	5	4	3	2	1
20	أتمنى أن أصبح معلم رياضيات	5	4	3	2	1
21	أشارك في الأنشطة المدرسية الخاصة في مادة الرياضيات	5	4	3	2	1
22	أحاول بطرق مختلفة أن أرفع مستواي في الرياضيات	5	4	3	2	1

الرقم	الفقرة	موافق بشدة	موافق	غير متأكد	معارض	معارض بشدة
23	عند زيارة المعارض التعليمية تجذبني زاوية مادة الرياضيات	5	4	3	2	1
24	أشارك في المسابقات المدرسية الخاصة بمادة الرياضيات	5	4	3	2	1
25	أتابع البرامج التعليمية الخاصة بمادة الرياضيات	5	4	3	2	1
26	أشعر ببطء الوقت في حصة الرياضيات	1	2	3	4	5
27	تنمي مادة الرياضيات جواً من المتعة والخيال لدي	5	4	3	2	1
28	دراسة الرياضيات تجعلني واثقاً من نفسي	5	4	3	2	1
29	تعيقني الرياضيات في التعبير عن أفكاري	1	2	3	4	5
30	دراسة الرياضيات تسهم في زيادة ثقافتي ومعرفتي	5	4	3	2	1

ملحق (10): مقياس الاتجاه نحو الرياضيات

مقياس الاتجاه نحو مادة الرياضيات

الاسم: ____________ الصف: التاسع الأساسي الشعبة (   )

الجنس : ذكر ، أنثى المدرسة : ________________

زمن المقياس: (30 دقيقة)

عزيزي الطالب، عزيزتي الطالبة،

فيما يلي مجموعة من العبارات لقياس الاتجاه نحو الرياضيات، لذا يرجى منك قراءة كل فقرة من هذه الفقرات بتمعن، وتحديد موقفك منها، وذلك بوضع إشارة (×) أمام العبارة أو الخانة التي تجدها تتوافق مع موقفك، وتعبر عن اتجاهك نحو الرياضيات.

مثال:

الرقم	الفقرة	موافق بشدة	موافق	غير متأكد	معارض	معارض بشدة
1	أحب قراءة القصص أثناء وقت الفراغ		×			

إجابة الطالب على هذه الفقرة تدل على أنه يحب قراءة القصص أثناء وقت الفراغ

ملاحظة:

1. لايوجد إجابات صحيحة أو إجابات خاطئة، ولكن ما هو صحيح هو ما يعبر عن موقفك من كل فقرة.
2. يقتصر استخدام هذا المقياس لأغراض البحث العلمي فقط ولا يؤثر على علامتك المدرسية.

اقرأ الفقرات التالية، وحدد موقفك من كل فقرة

وشكراً لحسن تعاونكم

الباحثة:

رتيبه ابورميله

الرقم	الفقرة	موافق بشدة	موافق	غير متأكد	معارض	معارض بشدة
1	أشعر بالراحة في حصص الرياضيات					
2	أستمتع في حل المسائل الرياضية					
3	أكره دراسة مادة الرياضيات					
4	أشعر بالملل في أثناء حل الواجبات البيتية الخاصة بمادة الرياضيات					
5	يزداد اهتمامي بالرياضيات كلما تعمقت بدراستها					
6	أشعر بالقلق من اختبارات الرياضيات					
7	أنتظر درس الرياضيات بكل شوق					
8	الرياضيات عبارة عن رموز وأشكال معقدة يصعب فهمها					
9	الرياضيات مادة لا يفهمها إلا الطالب الذكي					
10	أفضل الرياضيات على باقي المواد التعليمية					
11	الرياضيات تنمي لدي مهارات التفكير السليم					
12	أحاول تجنب استعمال الرياضيات في أغلب الاوقات					
13	الرياضيات غير مفيدة في الحياة العملية					
14	الرياضيات مادة أساسية لباقي المواد الدراسية					
15	معظم الناس تحتاج إلى الرياضيات					
16	أستمتع في قراءة قصص علماء الرياضيات					
17	تساعدني الرياضيات على حل المشكلات					
18	أخاف من المشاركة في المناقشة في حصة الرياضيات					
19	للرياضيات قيمة علمية عظيمة					
20	أتمنى أن أصبح معلم رياضيات					
21	أشارك في الأنشطة المدرسية الخاصة في مادة الرياضيات					
22	أحاول بطرق مختلفة أن أرفع مستواي في الرياضيات					

الرقم	الفقرة	موافق بشدة	موافق	غير متأكد	معارض	معارض بشدة
23	عند زيارة المعارض التعليمية تجذبني زاوية مادة الرياضيات					
24	أشارك في المسابقات المدرسية الخاصة بمادة الرياضيات					
25	أتابع البرامج التعليمية الخاصة بمادة الرياضيات					
26	أشعر ببطء الوقت في حصة الرياضيات					
27	تنمي مادة الرياضيات جواً من المتعة والخيال لدي					
28	دراسة الرياضيات تجعلني واثقاً من نفسي					
29	تعيقني الرياضيات في التعبير عن أفكاري					
30	دراسة الرياضيات تسهم في زيادة ثقافتي ومعرفتي					

ملحق رقم (11): قائمة أسماء الاساتذه المحكمين

فيما يلي أسماء الأساتذه المحكمين الذين ساهموا في تحكيم أدوات الدراسة، التي شملت على اختبار لفهم المفاهيم الرياضية ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات والوحدة المصممة وفق المنحى التاريخي ودليل المعلم للوحدة المصممة.

الرقم	الاسم	المؤسسة التعليمية	اختبار الفهم ومقياس الاتجاه	الوحدة المصممة ودليلها
1	د. عفيف زيدان	جامعة القدس	√	
2	د. زياد قباجة	جامعة القدس	√	
3	د. إيناس ناصر	جامعة القدس	√	
4	د. إبراهيم صليبي	جامعة القدس	√	√
5	د. إبراهيم عرمان	جامعة القدس	√	
6	د. إبراهيم الغروز	جامعة القدس	√	√
7	د.رندة النجدي	جامعة القدس المفتوحة	√	√
8	د. نبيل المغربي	جامعة القدس المفتوحة	√	√
9	د. منير كرمة	جلمعة بولتيكنك فلسطين الخليل	√	√
10	أ. موسى حراحشة	مشرف رياضيات الخليل		√
11	أ. محمد دياب	دار الطفل العربي	√	√
12	أ. غادة كمال	دار الطفل العربي	√	√
13	أ. نسيم نعيم	مدرسة الحسين	√	√

فهرس الجداول

فهرس الملاحق

فهرس المحتويات